UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO

A.A. 2008/2009

CORSO DI PERFEZIONAMENTO IN TECNICHE E DIDATTICA LABORATORIALI

Giulia Giovanna Bini

RELAZIONE FINALE

LABORATORI

GIOCHI MATEMATICI - Prof.ssa Stefania De Stefano

VALUTAZIONE DELLE COMPETENZE LINGUISTICHE - Prof.ssa Paola Gario

"La didattica laboratoriale, basata sullo scambio tra studenti e docenti in una modalità paritaria di lavoro e di cooperazione, permette di coniugare le competenze dei docenti con gli interessi in formazione degli studenti e risulta quindi uno strumento efficace non soltanto per trasmettere conoscenza, ma anche per aprire nuovi spunti di indagine.

Il percorso laboratoriale, infatti, non ha come fine quello di produrre una ricerca con esiti scientifici inoppugnabili, ma quello di far acquisire agli studenti conoscenze, metodologie, competenze ed abilità didatticamente misurabili; in tale contesto la figura dell'insegnante assume una notevole valorizzazione: da docente trasmettitore di conoscenze consolidate ad insegnante ricercatore, che progetta l'attività di ricerca in funzione del processo educativo e formativo dei suoi allievi" come si legge nel documento "*Proposta di programma di sviluppo delle pratiche sperimentali e dei laboratori scientifici nelle scuole e sul territorio*" redatto dal Gruppo di Lavoro Interministeriale per lo Sviluppo della Cultura Scientifica e Tecnologica.

Ho potuto verificare direttamente quanto esposto sopra nel corso di questi ultimi anni scolastici, durante i quali ho svolto con le mie classi numerose attività laboratoriali tra quelle proposte dal Dipartimento di Matematica dell'Università Statale di Milano, nell'ambito del progetto Lauree Scientifiche nell'a.s. 2005/06 con la classe 3G e nell'a.s. 2006/07 con le classi 4A e 4G del LICEO SCIENTIFICO STATALE LEONARDO DA VINCI di Milano

- Coniche con Cabri – prof.ssa Emma Frigerio
- Dai poligoni regolari ai numeri complessi – prof.ssa Paola Gario
- Cubi ed Ipercubi – prof.ssa Maria Dedò

Nel corso degli anni ho (purtroppo) constatato che spesso gli allievi:

- **non sanno applicare** le abilità apprese a scuola ad un **contesto meno strutturato** in cui devono decidere quali sono le conoscenze pertinenti e come utilizzarle
- sono particolarmente carenti nelle **prestazioni linguistiche**, mentre fanno matematica, soprattutto nel rapporto tra gli aspetti verbali e gli aspetti simbolici
- mancano di **competenze articolate** nella lettura e nella produzione di testi matematici.

Ho scelto quindi in quest'ultimo anno scolastico 2008/09 di proporre alle classi 1A e 2A dell'ISTITUTO TECNICO AGRARIO CALVINO di Noverasco di Opera i laboratori

- Giochi Matematici – prof.ssa Stefania De Stefano
- Valutazione delle Competenze linguistiche – prof.ssa Paola Gario

che mi sono sembrati ben orientati per mettere a fuoco e rimediare alle carenze segnalate sopra.

Alla luce dell'esperienza fatta mi sembra di poter riassumere in questo modo i processi attivati durante le attività laboratoriali:

- Congetturare argomentare verificare dimostrare
- usare linguaggi simbolici, formali e tecnici comunicare definire
- porre e risolvere problemi visualizzare modellizzare rappresentare
- classificare progettare usare aiuti e strumenti

La didattica laboratoriale ci ha consentito di invertire lo schema classico di trasmissione della conoscenza passando *dall'AZIONE al PENSIERO TEORICO,* cosa che è stata significativamente efficace per le mie classi di quest'anno che, appartenendo ad un istituto tecnico, avevano in partenza una minore propensione alla speculazione astratta; d'altra parte se, come osserva Giuliana Sandrone Boscarino nell'articolo "*La didattica laboratoriale nella scuola della Riforma"*, si riflette sull'indissolubilità di sapere e di saper fare, cioè sulla negazione della contrapposizione tra *theoria* e *téchne*, si deve giungere alla conclusione che la "cultura" è sempre unitaria e onnicomprensiva, è un fare e un sapere intrecciati e non ha senso parlare di *theoria* come di attività disinteressata e dedita alla sola speculazione o contemplazione e parlare di *téchne* come attività interessata e finalizzata alla produzione di opere materiali né è significativo sostenere il primato della prima sulla seconda.

PUNTI DI ATTENZIONE NELLA METODOLOGIA LABORATORIALE

- Consente di misurarsi con la gestione della discussione e con il confronto tra pari
- Aiuta nella costruzione del rapporto tra la realtà e le sue forme di rappresentazione
- Potenzia le capacità di simbolizzazione
- Aiuta l'alunno a prendere coscienza delle variabili personali che influiscono sull'apprendimento e a imparare a conoscere le proprie capacità, i propri limiti e le proprie difficoltà
- Risponde in modo vistoso ai bisogni del ragazzo, nel senso che il rapporto tra il progetto e il "guadagno" che ne trae il ragazzo non ha bisogno di spiegazioni
- Consente al ragazzo di praticare le competenze che lo abilitano all'essere cittadino (organizzazione di un gruppo di lavoro, assegnazione e assunzione di un compito di realtà - cioè una situazione problematica reale o perlomeno *realistica* – e definizione di un prodotto legato a tale compito)
- Consente di imparare facendo, modalità più motivante del "prima studia e poi applica"
- Consente di acquisire un metodo di lavoro personale
- Non focalizza l'attività solo su un tipo di intelligenza ma si articola per livelli di complessità su cui i ragazzi possono situarsi per rispondere senza omologarsi, fornendo nell'attività un contributo specifico, insostituibile e come tale valorizzante.

ATTIVITÀ SVOLTA

Nell'ambito dei laboratori indicati, dunque, ho proposto alle mie classi alcuni giochi matematici preceduti o seguiti da test di valutazione delle competenze linguistiche ad essi abbinati:

Laboratorio Giochi Matematici	Classi	Laboratorio Valutazione Competenze Linguistiche	Classi
I campi, gli Egiziani e il metodo delle corde (sul teorema di Pitagora)	1A 2A	Pitagora Geometria Euclidea	1A 2A
Le pizze (sulla duplicazione del quadrato)	1A 2A	Menone (con lettura testo)	1A 2A
A Teatro (sulle identità)	1A	Approfondimento su identità ed equazioni indeterminate	1A
Il taglio del cubo (sulle figure solide)	1A	Flatlandia (con lettura testo)	1A

Delle due classi, la 2A si è mostrata maggiormente ricettiva a questo metodo di lavoro e ho quindi potuto completare le attività laboratoriali con un progetto applicativo, costruendo così un interessante percorso che sarà il tema di questa relazione.

Tale percorso è così articolato:

- Gioco "Gli Egiziani e il metodo delle Corde"
- Test di valutazione linguistica "Pitagora"
- Test di valutazione linguistica "Geometria Euclidea"
- Realizzazione pratica di un'aiuola con il metodo delle corde.

L'attività ha occupato in totale circa 10 ore, così distribuite:

- 3 ore per la risoluzione del gioco e i commenti successivi
- 2 ore per i test di valutazione linguistica (1h per "Pitagora" e 1h per "Geometria Euclidea")
- 5 ore per la preparazione del materiale e la realizzazione pratica dell'aiuola.

1 – GIOCO "IL METODO DELLE CORDE"

La prima attività proposta è stata svolta in gruppi autoformati di 3/4 ragazzi: la scheda prevede una introduzione teorica al problema seguita da un esperimento pratico diviso in due parti.

Sono state necessarie 2 ore consecutive per la lettura della scheda, l'impostazione del problema e la realizzazione del primo modello (corda da 120 cm), più un'ora il giorno successivo per il secondo modello (corda da 150 cm), la conclusione e i commenti.

Qui di seguito riporto la scheda del gioco con alcuni commenti emersi durante la somministrazione:

****

Nome e Cognome: ____

Classe: ____________________

I CAMPI, GLI EGIZIANI E IL METODO DELLE CORDE

Gli agrimensori egizi erano chiamati "arpedonapti", annodatori di funi, infatti, nell'antico Egitto i tenditori di corde erano incaricati di ritrovare i confini dei terreni su cui si erano depositati i fanghi alluvionali, utilizzando alcuni punti fissi riconoscibili anche dopo le piene. Per farlo avevano bisogno di misure angolari, in particolare di angoli retti e per costruirli bastava avere a disposizioni tre pali e una corda: se le corde non erano ben tese, la misura risultava imprecisa.

Per questo c'era bisogno di una corporazione i cui membri dessero la garanzia di avere teso adeguatamente le corde: la precisione nelle misure è infatti molto più necessaria sul terreno (all'agrimensore che divide e misura i campi, come all'architetto che erige edifici) di quanto non sia sulla carta, e mentre sulla carta una perpendicolare si ottiene facilmente con l'uso della riga e della squadra, la stessa operazione sul terreno richiede, per poter essere condotta a termine con una certa precisione, procedimenti radicalmente diversi.

Sul terreno la squadra non serve perché è troppo piccola rispetto alle dimensioni delle figure.

Anche ammesso di avere una squadra perfettamente ad angolo retto, la perpendicolare che essa è capace di tracciare sarà lunga al più un metro, o giù di lì; se si vuole costruire un quadrato di trenta o più metri di lato, occorre prolungare questa retta di un metro fino a trenta volte tanto, un'operazione questa così imprecisa, da dare probabilmente risultati non migliori di quelli che si potrebbero ottenere valutando a occhio l'angolo retto. Queste considerazioni ci riportano di nuovo al problema iniziale: gli agrimensori egizi utilizzavano una corda con nodi disposti ad intervalli regolari per delimitare sul terreno dei campi con i lati perpendicolari.

Che tipo di figura costruivano gli antichi egizi con la fune tesa?

Questa domanda riguarda la comprensione del testo, infatti, la riposta è contenuta in quanto hanno appena letto. Nonostante ciò, alcuni pensano di costruire dei QUADRATI con la corda annodata e fanno molta fatica a comprendere che quattro tratti uguali non individuano automaticamente un quadrato. Forse l'errore è imputabile al fatto che la risposta corretta è nascosta nella prima parte del testo, mentre la parola "quadrato" spicca in bella evidenza nel paragrafo immediatamente precedente: si potrebbe vedere se anticipando la domanda dopo il primo paragrafo il numero di risposte corrette aumenta.

Secondo te, per accertarsi che la figura avesse esattamente un angolo retto, essi ne misuravano i lati o gli angoli?

Il testo dice esplicitamente che agrimensori egizi utilizzavano una corda con nodi disposti ad intervalli regolari quindi anche questa domanda riguarda, di fatto, la comprensione del testo: alla luce della risposta alla domanda precedente ho suggerito ai ragazzi di rileggere il testo con maggiore attenzione e in questo modo tutti hanno risposto correttamente.

Quale proprietà geometrica, già nota ai tempi, veniva sfruttata per garantire che uno degli angoli fosse davvero retto? Illustra la tua risposta con una figura

I ragazzi intuiscono che la proprietà è collegata al teorema di Pitagora, forse più perché è l'unico teorema che ricordano sul triangolo rettangolo che perché abbiano capito la sua reale applicazione nel problema, in ogni caso non scrivono spontaneamente la formula, ma scrivono semplicemente "teorema di Pitagora", senza nemmeno fare la figura.

Conoscono il disegno con il triangolo e i tre quadrati e alcuni sanno recitare "il quadrato dell'ipotenusa è equivalente alla somma dei quadrati dei cateti", ma al dunque fanno molta fatica a trasformare l'informazione in una relazione scritta: alla richiesta di scrivere la relazione pitagorica molti indicano la radice della somma dei quadrati dei cateti senza scrivere a cosa è uguale né tantomeno indicare l'ipotesi del teorema..

Alcuni scrivono anche la formula inversa, cioè quella che permette di ricavare un cateto dall'altro e dall'ipotenusa, come se si trattasse di un altro teorema.

Ora prova tu: dividi una corda in 12 tratti di 10 cm ciascuno ed evidenzia ogni tratto con un segno colorato **ben visibile**, quindi chiudi la corda annodandone gli estremi.

Cosa rappresenta la lunghezza della corda?

Come devi disporre i punti fissi per avere l'angolo retto? Perché?

Questa domanda voleva aiutare i ragazzi a riflettere in generale sul modo in cui trovare la soluzione: in questo caso il suggerimento dato a voce era di procedere per via empirica, dopo aver osservato che i punti fissi si muovono in modo "discreto" da un nodo all'altro, sfruttando la corda e spostando tali punti fissi fino a che il triangolo non sembrasse rettangolo per passare poi alla validazione matematica:

- *se i lati del triangolo NON soddisfano la relazione pitagorica posso senz'altro affermare che il triangolo NON è rettangolo (contronominale del teorema di Pitagora diretto)*
- *se i lati soddisfano la relazione pitagorica posso affermare che il triangolo è rettangolo (teorema di Pitagora inverso).*

Nella pratica i ragazzi hanno avuto difficoltà a capire che ciò che sembra a loro evidente non è automaticamente vero: molti gruppi hanno individuato triangoli che a loro sembravano rettangoli, ma non si sono posti il problema effettuare alcuna verifica.

Cioè ancora una volta ciò che ***VEDO*** *diventa* ***VERO*** *senza nessun controllo intermedio: a questo è seguita una lunga discussione in classe sulla differenza tra essere e apparire, sulle illusioni ottiche e sulla necessità del dimostrare in generale e in geometria in particolare.*

Dati del problema ____

Quesito ____

Soluzione ____

Alcuni con la corda da 12 tratti ricordavano la terna 3,4,5 e quindi hanno trovato la risposta senza mettere a fuoco il metodo e poi si sono trovati in difficoltà con quella da 30 tratti.

Ora prova con una corda da 150 cm divisa in 30 tratti:

Dati del problema ____

Quesito ____

Soluzione ____

Secondo te la lunghezza iniziale della corda è importante o può essere presa a caso?

Come si chiamano le terne di numeri interi che risolvono questo problema?

Quante possibili soluzioni ci sono a questo problema?

Così hai capito come si possono costruire dei triangoli sicuramente rettangoli, ora prova a pensare come utilizzare questo metodo per delimitare un'aiuola quadrata

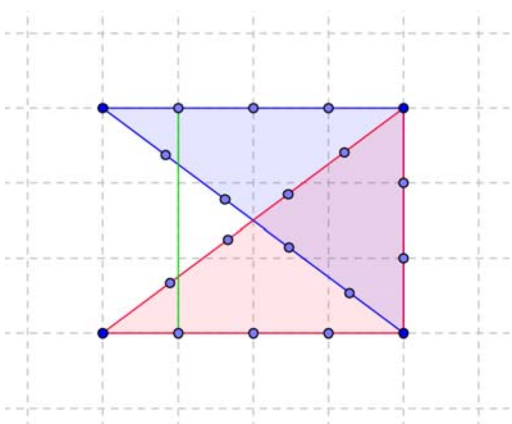
In occasione della Festa "di fiore in fiore", costruiremo con questa tecnica un'aiuola quadrata abbastanza grande, utilizzando una corda da montagna da 40 metri e tre moschettoni.

Cominceremo con il fare un nodo ogni 50 cm di corda, a partire dall'estremo libero, dopo aver fatto i nodi aggancerremo i moschettoni in modo da suddividere la nostra fune in tratti di lunghezza tale da realizzare l'angolo retto secondo i calcoli che abbiamo fatto in classe: a questo punto basterà tendere le corde ……….

****

Su questo ultimo punto ci sono state un bel po' di difficoltà: alcuni ragazzi hanno proposto di realizzare due triangoli rettangoli con le ipotenuse in comune senza riflettere che in questo modo si ha un rettangolo e non un quadrato, mentre altri hanno risolto la questione dicendo che basta costruire due triangoli rettangoli isosceli, apparentemente senza rendersi conto che con il metodo appena visto si costruiscono solo triangoli rettangoli scaleni e senza collegarsi al problema già visto in classe della radice di due come numero irrazionale.

I ragazzi hanno fatto fatica a trovare la soluzione perché si aspettavano che ci fosse una qualche sorta di "trucco" che permettesse di incastrare i triangoli per ottenere un quadrato e sono arrivati alla risposta corretta solo quando ho suggerito loro di prendere una squadra e di provare a usarla per disegnare un quadrato sul foglio. A questo punto, ricordando loro che muovere il triangolo sul terreno è più difficile che muovere la squadra sul foglio, ho chiesto di valutare bene quanti triangoli devo disegnare per avere un quadrato e ho colto l'occasione per farli riflettere sulle condizioni **SUFFICIENTI** per la costruzione di un quadrato.



Ne è uscito questo schema di lavoro:

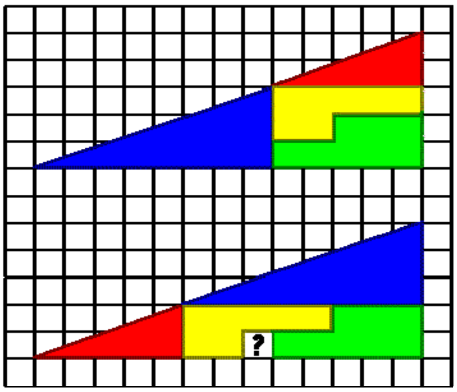
- Tracciamo un primo triangolo rettangolo e quindi un secondo che ha in comune con il primo il cateto minore e giace nello stesso semipiano di questo rispetto alla retta sostegno del cateto comune
- Stacchiamo sugli altri cateti dei segmenti congruenti al cateto minore e congiungiamo gli estremi liberi.

Ho chiesto come facciamo ad essere sicuri che il quadrilatero così costruito sia quadrato e, con un po' di fatica (e di aiuto), sono arrivati a dire che:

- Due rette perpendicolari ad una terza sono sicuramente parallele tra loro
- Prendendo segmenti congruenti su queste parallele avremo senz'altro un **parallelogramma**
- Il parallelogramma ha due angoli retti adiacenti al medesimo lato, quindi anche gli angoli opposti sono retti, cioè è un **rettangolo**
- Il rettangolo ha due lati consecutivi congruenti e quindi è un **quadrato**

Il bilancio complessivo di questa prima attività è positivo: la classe si è naturalmente suddivisa in gruppi che ricalcavano le amicizie spontanee e ha tratto forza da questa solidarietà, i ragazzi più forti hanno significativamente aiutato quelli più fragili a ragionare e alla fine tutti i gruppi hanno prodotto la soluzione.

A gioco concluso è stato estremamente interessante riprendere il discorso sulla validazione del risultato che ci ha portato, almeno con i più bravi, a riflettere sul fatto che non basta accontentarci di ciò che valutiamo ad occhio e che la geometria ci aiuta proprio per dare sostanza alle nostre intuizioni.



Per consolidare questo punto ho proposto alcune classiche "illusioni ottiche" tra cui il problema dell'area che scompare che mi sembra sia particolarmente efficace per comprendere la necessità di affinare la capacità di osservare:

Per "smascherare l'inganno" in questo caso abbiamo realizzato un modello in carta ingrandendo le proporzioni della figura.

2 - SCHEDA VALUTAZIONE COMPETENZE LINGUISTICHE "PITAGORA"

A distanza di circa una settimana dalla somministrazione del gioco ho proposto alla classe la scheda di valutazione delle competenze linguistiche sullo stesso argomento, prodotta nell'ambito del PROGETTO FINALIZZATO "FINVALI 2005", costituita da un test cloze - cioè un testo da cui sono state rimosse ad intervalli regolari delle parole che l'allievo deve inserire basandosi sia sulla sua conoscenza dell'argomento trattato sia sul testo rimanente - che riporto qui sotto seguito da alcuni quesiti relativi ai punti più problematici accompagnati dai risultati elaborati dalla dott.ssa Rachele Ambrosetti:

CLOZE

Il metodo della corda

Gli Egiziani antichi, per costruire la base quadrata delle piramidi e per fare in modo che gli angoli fossero proprio retti, utilizzavano il **metodo della corda con i nodi**. Si era nel 3000 a.C.

Il metodo è questo: si prende, per esempio, una **corda** **[B1]** lunga 12 *khet* (il ***khet*** **[B2]** era l'unità di **misura[B3]** delle lunghezze in uso **nell'[B4]** antico Egitto), poi la **si** **[B5]**

suddivide opportunamente con dei **nodi** **[B6]** in 3 parti: una **di** **[B7]** 3 *khet*, una di

4 **[B8]** *khet*, una di 5 ***khet*** **[B9]**.

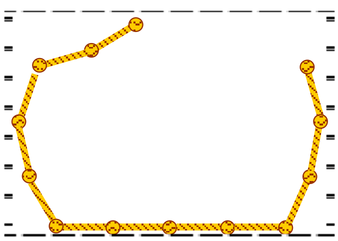


Fig. 1

Poiché 3 + 4 **+** **[B10]** **5** = 12 utilizziamo tutta **[B11]** la corda!

Successivamente si **tende** **[B12]** la parte di 4 ***khet*** **[B13]** (fig.1) tra due paletti ben **piantati** **[B14]** per terra e poi **si** **[B15]** tirano le altre due **parti** **[B16]**, di 3 *khet* e **5** **[B17]** *khet*, in modo che gli **[B18]** estremi si incontrino.

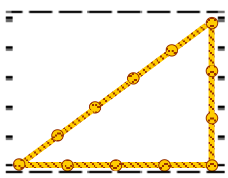


Fig. 2

Si è **[B19]** ottenuto in questo modo **un** **[B20]** triangolo e *questo triangolo* **ha** **[B21]** *un angolo retto*.

Gli **Egiziani** **[B22]** notarono che i numeri **3** **[B23]**, 4 e 5, che **misurano** **[B24]** la lunghezza dei lati **del** **[B25]** triangolo, sono tali che:

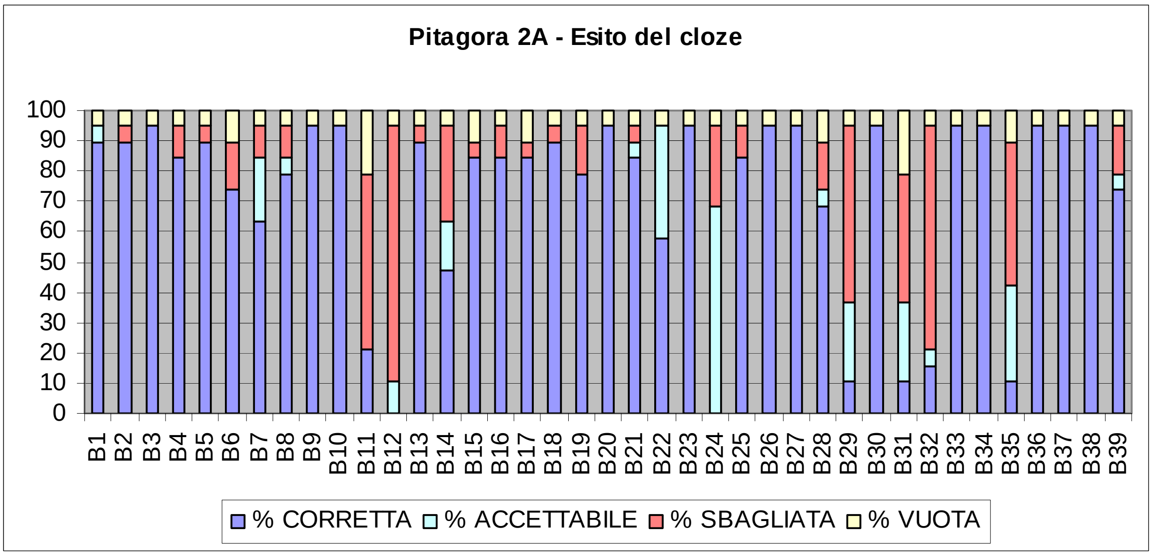
3 **[B26]**^{2} + 4^2 **=[B27]** 5^2 .

E notarono **anche** **[B28]** che se i lati **misurano** **[B29]** 6 *khet*, 8 *khet* **e[B30]** 10 *khet* si ha **ancora** **[B31]** un triangolo rettangolo e **ancora** **[B32]** si verifica che:

$$6^{\mathbf{2}}\,\mathbf{[B33]} + 8^2 = \mathbf{10[B34]}\,^2.$$

E lo stesso **accade** **[B35]** se i lati misurano **9** **[B36]** *khet*, 12 *khet* e **15** **[B37]** *khet*: si ha un triangolo **[B38]** rettangolo e ancora si **verifica** **[B39]** che:

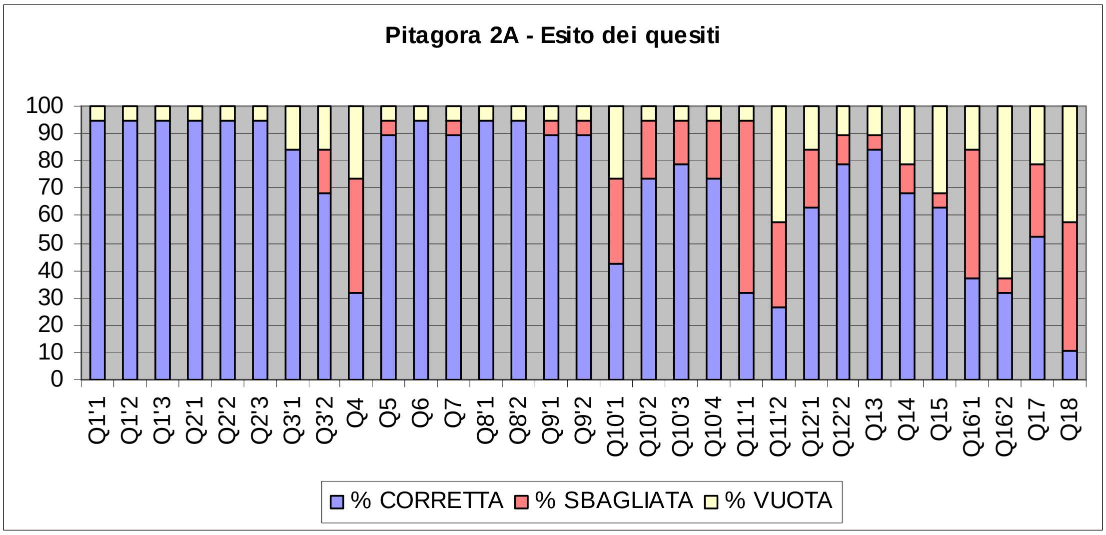
$$9^2 + 12^2 = 15^2.$$



Il test cloze, i cui esiti mi sembrano nel complesso abbastanza soddisfacenti, è stato sicuramente aiutato dal fatto che la classe aveva già stato affrontato il gioco sul medesimo argomento e dall'analisi dei risultati mi sembra di poter concludere che la classe ha mediamente compreso il metodo delle corde almeno per quanto riguarda l'aspetto più matematico.

A proposito di questo tipo di test, che ha dato dei risultati significativamente migliori in questa classe rispetto a quelli della 1A, va osservato che il lavoro sul metodo di studio svolto dalla classe con la collega di italiano mostra qui i suoi frutti: i ragazzi hanno letto il testo con attenzione e hanno riempito i buchi pensando anche alla lingua e alla struttura della frase e non solo al significato matematico: ciò mi conferma nella convinzione che per sviluppare delle competenze linguistiche trasversali è cruciale un lavoro di squadra anche tra i docenti.

QUESITI



Riporto qui sotto i quesiti che hanno dato maggiori problemi:

Quesito 4

Costruisci la retta passante per il punto P e parallela alla retta r e descrivi con le tue parole il procedimento usato

Quesito 10

Completa la tabella.

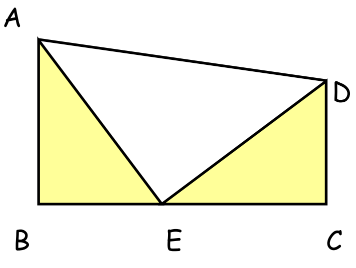
Primo cateto	3	5	8	10	30
Secondo cateto	4	12	15	**(Q10'1)**	**(Q10'2**
Ipotenusa	5	**(Q10'3)**	**(Q10'4)**	26	50

Quesito 11

I lati di un rettangolo misurano 33 cm e 44 cm: Calcola la misura della diagonale.

Quesito 16

Osserva il quadrilatero ABCD. I due triangoli rettangoli evidenziati in grigio sono congruenti. Infatti il lato AB e il lato CE misurano entrambi 8 cm, mentre il lato BE e il lato CD misurano entrambi 6 cm. In effetti anche il triangolo bianco è un triangolo rettangolo.



Con tutte queste informazioni che ti ho dato, prova a calcolare l'area di <u>tutto</u> il quadrilatero ABCD: è proprio facile!

<u>Quesito 17</u>

Hai riconosciuto il quadrilatero ABCD? E' proprio una delle figure geometriche che hai studiato a scuola...

Segna una X sul quadratino vicino alla risposta che ritieni corretta:

□ è un rettangolo	□ è un parallelogramma	□ è un rombo
□ è un romboide	□ è un trapezio	□ è un pentagono

<u>Quesito 18</u>

Prova a spiegare il perché, con parole tue:

Gli scarsi risultati nei quesiti Q10'1 (40% di risposte esatte) e Q11 (30% di risposte esatte) mi hanno fatto capire che era necessario tornare sulle terne derivate, che erano state affrontate solo marginalmente nella fase di commento al gioco: l'argomento è puramente meccanico e non ci sono stati problemi da parte dei ragazzi nel comprenderlo anche in virtù del fatto che in algebra stavamo giusto ripassando le proprietà delle potenze per lavorare con i radicali.

Tutt'altro discorso riguarda invece i quesiti Q4 (30% di risposte esatte) e Q18 (10% di risposte esatte), che chiedono espressamente di descrivere una costruzione e di argomentare una conclusione intuita: i risultati modesti mettono in luce il perdurare delle difficoltà nella traduzione verbale di concetti matematici.

Nella fase di correzione successiva è emersa una significativa differenza tra il fallimento del Q4 e quello del Q18: mentre per il primo i ragazzi sapevano disegnare la parallela ma non sapevano rendere a parole la sequenza operativa dei passi, per quanto riguarda il secondo i ragazzi mi hanno detto di aver risposto al Q17 (50% di risposte esatte) per esclusione, ma di aver incontrato una difficoltà sostanziale a riconoscere il trapezio quando questo non è rappresentato nella posizione abituale. La difficoltà a riconoscere l'invarianza di una figura geometrica trasformata da una semplice rotazione è a mio parere sia di natura strettamente matematica, ma è anche indotta da una sorta di coerenza semantica: i ragazzi ricordano che il trapezio ha una "*base maggiore*" e una "*base minore*" e si aspettano di trovarlo poggiato su una delle "basi" (possibilmente la maggiore…).

3 - SCHEDA VALUTAZIONE COMPETENZE LINGUISTICHE "GEOMETRIA EUCLIDEA"

Dopo una settimana di pausa, durante la quale ho dedicato un'ora a puntualizzare nuovamente la differenza tra teorema diretto e inverso, ho somministrato alla classe una seconda scheda di valutazione delle competenze linguistiche prodotta da me contenente un test cloze sulla geometria e alcune domande specifiche sul teorema di Pitagora, che riporto qui di seguito:

****

Nome e Cognome: ____

Classe: _________________

Negli spazi evidenziati con _________ inserisci <u>una sola parola</u> o il simbolo matematico che ritieni opportuno.

La Geometria Euclidea

La geometria euclidea ha le sue radici nel pensiero classico dei grandi filosofi e matematici greci e si basa sulla sistemazione del pensiero geometrico dovuta a Euclide che visse ad Alessandria intorno al 300 a.C.

E' veramente sorprendente che i concetti e le proprietà geometriche che Euclide formalizzò nella sua opera, gli Elementi, siano ancor oggi attuali e, a distanza di più di 2000 anni, costituiscano uno dei principali modelli geometrici di interpretazione della realtà.

Il metodo utilizzato da Euclide per costruire il suo modello di geometria è noto come metodo ipotetico-deduttivo (o metodo assiomatico).

Il punto di partenza consiste nell'assumere come primitivi i concetti geometrici di punto, retta e piano; si tratta di oggetti geometrici che non definiremo ma che supporremo noti sul piano dell'intuizione. Quando si vuole affrontare una qualsiasi teoria in modo razionale, bisogna ammettere una base di nozioni non definite, altrimenti si cade in circoli viziosi: prova a cercare sul vocabolario il significato di una parola e poi a cercare, via via, i significati dei termini che la definiscono, vedrai che ben presto si cade in definizioni circolari. Una questione analoga si pone per le definizioni.

Cosi come non possiamo definire tutto, non possiamo dimostrare tutto: dovremo accettare per vere, senza dimostrarle, alcune proprietà degli enti primitivi che chiameremo postulati.

Tali proprietà saranno in numeri limitato e intuitivamente evidenti.

Dopo queste assunzioni iniziali – gli enti primitivi e i postulati – si procede secondo uno schema razionale, rispettando cioè le regole della logica.

Dovremo dimostrare tutte le nostre affermazioni, che diventeranno così dei teoremi: ogni teorema sarà quindi una conseguenza logica dei postulati o di altri teoremi precedentemente dimostrati

"In un triangolo rettangolo, il quadrato costruito sull'ipotenusa è uguale alla somma dei quadrati costruiti sui cateti"

Riconosci questa proposizione? Si tratta del _______________ di _______________.

Fai una figura che illustri quanto afferma tale teorema:

Scrivi l'ipotesi e la tesi del teorema

Ipotesi:____

Tesi:____

Vale anche il viceversa?____

Quali sono l'ipotesi e la tesi del teorema inverso?

Ipotesi:____

Tesi:____

Questo è risultato il punto più spinoso del test: di fatto i ragazzi hanno indicato come tesi del teorema diretto la formula che avevamo messo a fuoco nelle attività precedenti, e cioè quella che esprime il quadrato dell'ipotenusa come somma dei quadrati dei cateti, e come teorema inverso la formula inversa, cioè quella che permette di calcolare un cateto come radice quadrata della differenza tra il quadrato dell'ipotenusa e il quadrato dell'altro cateto.

*Mi sembra interessante notare che alla richiesta di scrivere il teorema diretto i ragazzi indicano la relazione con il quadrato a primo membro, mentre per quello inverso indicano quella con la radice a secondo membro, questa osservazione mi ha fatto capire che era necessario un lavoro specifico in classe nell'ora successiva per ribadire la differenza tra **teorema inverso** e **formula inversa.***

D'altro canto anche nel libro di testo in adozione (Bergamini Trifone Barozzi MODULI DI MATEMATICA Volume P, ed. Zanichelli) il teorema inverso è a malapena citato in un paio di righe senza la dimostrazione come accade in moltissimi altri testi scolastici. (cfr "Il caso emblematico dell'inverso del teorema di Pitagora nella storia della *trasposizione didattica attraverso i manuali" di Aldo Sciamone e Filippo Spagnolo Dipartimento di Matematica ed Applicazioni, Università di Palermo).*

Potrebbe essere utile per chiarire le nozioni di teorema diretto e inverso, proporre prima ai ragazzi degli esercizi di consolidamento in cui venga esplicitamente chiesto quale teorema stanno applicando.

Ricordi di avere sfruttato il teorema inverso in qualche problema risolto in classe?

A questa domanda solo 5 ragazzi su 20 hanno risposto correttamente ricollegandola al gioco sul metodo delle corde.

****

Mi è sembrato interessante in questo caso condurre un'analisi specifica su alcuni buchi del test cloze proposto alla classe, che ho giudicato particolarmente significativi per avere una panoramica dell'idea che i ragazzi stessi hanno della geometria e del perché la si studi: qui di seguito ho riportato una tabella con il testo originale e i termini inseriti dai ragazzi, evidenziando quelli corretti o comunque accettabili

Testo originale	**B1** I concetti e le proprietà geometriche	**B2** …oggetti geometrici che non definiremo	**B3** …ma che supporremo noti sul piano dell'intuizione	**B4** Così come non possiamo definire tutto	**B5** Dovremo dimostrare…	**B6** …tutte le nostre affermazioni	**B7** …o di altri teoremi precedentemente dimostrati
CLASSE 2A ITAG	tecniche	poi	dunque	sapere	bisogna	capacità	incontrati
	teorie	non	sempre	fare	per	tesi	dimostrati
	figure	noi	già	sapere	quindi	intuizioni	dimostrati
	figure	non	poi	cercare	per	tesi	dimostrati
	formule	poi	solo	sapere	per	teorie	formulati
	filosofie	quindi	/	sapere	per	teorie	fatti
	formule	non	solo	dimostrare	dovremo	ipotesi	studiati
	teorie	non	giusti	fare	per	teorie	dimostrati
	formule	non	poi	sapere	per	ipotesi	dimostrati
	figure	poi	essere	sapere	per	tesi	visti
	figure	non	noi	dimostrare	dobbiamo	idee	scoperti
	formule	poi	siano	sapere	dobbiamo	regole	emanati
	formule	non	essere	sapere	per	/	formalizzati
	formule	poi	solo	sapere	per	ipotesi	risolti
	idee	non	/	capire	per	tesi	analizzati
	formule	poi	anche	sapere	per	ipotesi	eseguiti
	formule	poi	indefinibili	sapere	per	tesi	dimostrati
	teorie	non	veri	definire	per	teorie	dimostrati

Mentre mi sembra di poter affermare che abbiano le idee abbastanza chiare sul rischio connesso alle definizioni e dimostrazioni circolari e quindi sul fatto che sia necessario partire da enti non definiti e da postulati, ho dovuto arrendermi di fronte all'evidenza che per la totalità della classe la geometria è costituita unicamente da FORMULE, FIGURE e TECNICHE (di calcolo) (B1) e che i teoremi vengono più spesso VISTI o INCONTRATI (B7) che dimostrati.

È vero che con questa classe, e più in generale con tutte le classi dell'istituto tecnico, non si dedica molto tempo alle dimostrazioni: questa tendenza purtroppo consolidata non ha come risultato quello di alleggerire lo studio della geometria ma al contrario ne snatura il significato stesso, riducendola ad un elenco di definizioni proprietà e formule da apprendere mnemonicamente che è esattamente quando i ragazzi percepiscono.

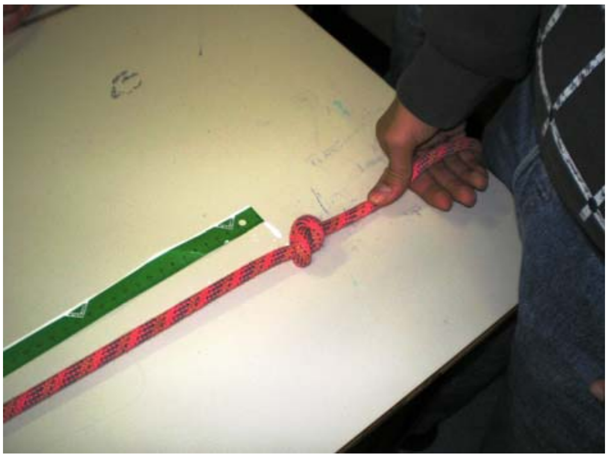
Tutto ciò è perfettamente in linea con quanto emerge dal buco B4: metà delle classe conclude sconsolatamente di non poter SAPERE tutto, qualcuno più pragmatico solo di non poter FARE tutto per fortuna uno solo di non poter CAPIRE tutto.

Sembra che di fronte alla matematica e alla geometria in particolare ci sia una sorta di rassegnazione a priori, d'altra parte se assimilo la geometria ad un elenco di formule la cui unica applicazione è nella risoluzione di problemi astratti, è chiaro che non avrò né speranza né interesse a ricordarle tutte.

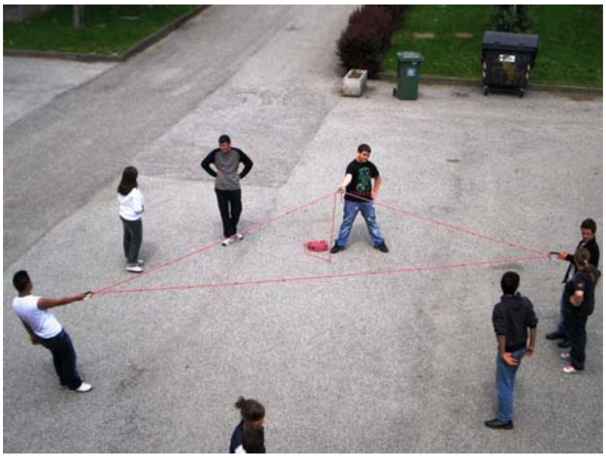
4 - REALIZZAZIONE PRATICA DELL'AIUOLA CON IL METODO DELLE CORDE

L'ultima parte dell'attività, più pratica e meno speculativa, ha incontrato un'adesione positiva da tutta la classe, anche da parte di coloro che erano rimasti ai margini durante le attività precedenti:

Ho portato a scuola una corda da montagna da 50 metri e ho chiesto ai ragazzi quanti nodi dovevano fare per costruire un triangolo rettangolo: gli arpedonapti hanno deciso di realizzare 25 nodi a distanza di 50 cm l'uno dall'altro per costruire un triangolo con i lati di 3 m, 4 m e 5 m.



Quindi hanno agganciato i moschettoni in corrispondenza dei vertici e siamo scesi tutti in cortile per tendere bene la corda (e verificare che il triangolo così costruito fosse *veramente* rettangolo…).

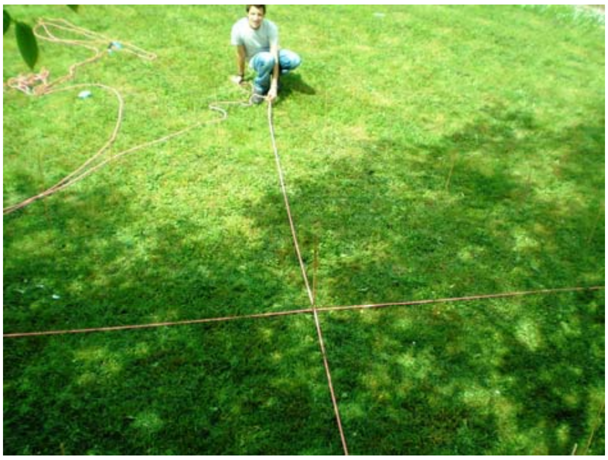


Ora ci siamo spostati nella zona individuata per la nostra aiuola e abbiamo usato il triangolo come una squadra per costruire il quadrato: i ragazzi hanno piantato nel terreno un paletto ogni nodo per marcare il contorno della figura.

Trasportare la soluzione "in grande" non è stato facile sia per le ovvie difficoltà di manovra sia per via delle irregolarità del terreno, per cui i ragazzi hanno toccato con mano che è stato molto utile aver capito prima quali fossero le **condizioni sufficienti per la costruzione.**

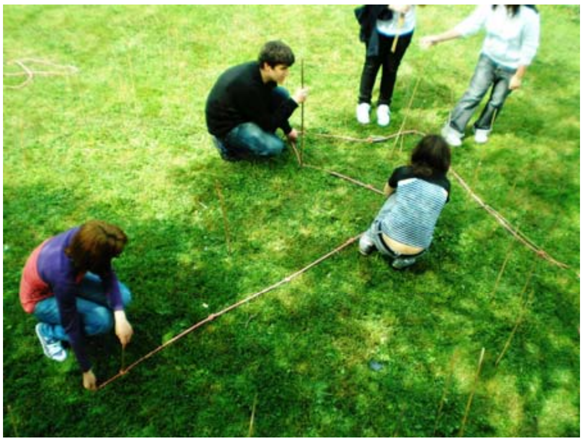
Anche ottimizzando il processo, disegnare il quadrato sul terreno è stato significativamente più complicato che farlo sul foglio con la squadra: mi sembra interessante riportare qui un commento fatto da uno degli arpedonapti, che ha osservato che i nostri angoli probabilmente non erano proprio retti perché fare i nodi a distanza esatta è difficile e facendo un nodo ogni 50 cm anziché ogni metro abbiamo avuto una maggiore propagazione degli errori.

Una volta terminato il quadrato ho chiesto ai ragazzi come fare a trovarne il centro e non ci sono stati problemi nel tracciare le diagonali:



quindi i ragazzi hanno trovato il raggio della circonferenza tangente internamente al quadrato

E infine abbiamo individuato i fuochi e l'asse maggiore di un'ellisse tangente internamente alla circonferenza e ho spiegato loro come costruirla con il metodo del giardiniere:



Da ultimo abbiamo scelto dalla serra della scuola piantine di colore diverso per delineare le tre figure geometriche costruite (i ragazzi stessi hanno suggerito di utilizzare un colore particolare per evidenziarne il centro e i punti di tangenza!) e, in collaborazione con il collega di esercitazioni agrarie, l'aiuola è stata resa degna del suo nome.

Come conclusione dell'attività, che è stata presentata in occasione della festa di primavera organizzata dalla scuola nei giorni 16 e 17 maggio, i ragazzi hanno preparato una serie di cartelloni esplicativi che avevano lo scopo "ufficiale" di illustrare ai visitatori il significato del nostro lavoro, ma sono serviti soprattutto per far riflettere tutta la classe su quello che avevamo realizzato e su come raccontarlo nel modo più chiaro ed efficace possibile, con l'obiettivo di aiutarli a potenziare le capacità di tradurre nel linguaggio naturale i concetti matematici incontrati.

Abbiamo scelto di dare un taglio cinematografico alla nostra presentazione: l'ispirazione è venuta dal titolo di un vecchio film poliziesco con Clint Eastwood "CORDA TESA", che rendeva bene l'immagine dell'attività degli arpedonapti; abbiamo quindi scandito la nostra spiegazione come un piccolo giallo da risolvere:

IL MISTERO:

Ma come avranno fatto gli Egiziani a costruire le piramidi con la base perfettamente quadrata?

L'unico indizio è una corda con dei nodi…..

L'INDAGINE:

Se i lati di un triangolo misurano 3 m, 4 m e 5 m, sarà sicuramente un triangolo rettangolo perché $3^2 + 4^2 = 5^2$: è il TEOREMA di PITAGORA! (*o meglio il suo inverso, che assieme ad esso ci dà una condizione necessaria e sufficiente per individuare i triangoli rettangoli*)

Facciamo un nodo ogni 50 cm e poi contiamo i nodi….

LA SOLUZIONE:

Ora usiamo il triangolo rettangolo come squadra per disegnare il quadrato

…certo che sul foglio è più facile, provate voi a farlo sul terreno….

E DOPO IL QUADRATO?

Troviamo il centro….

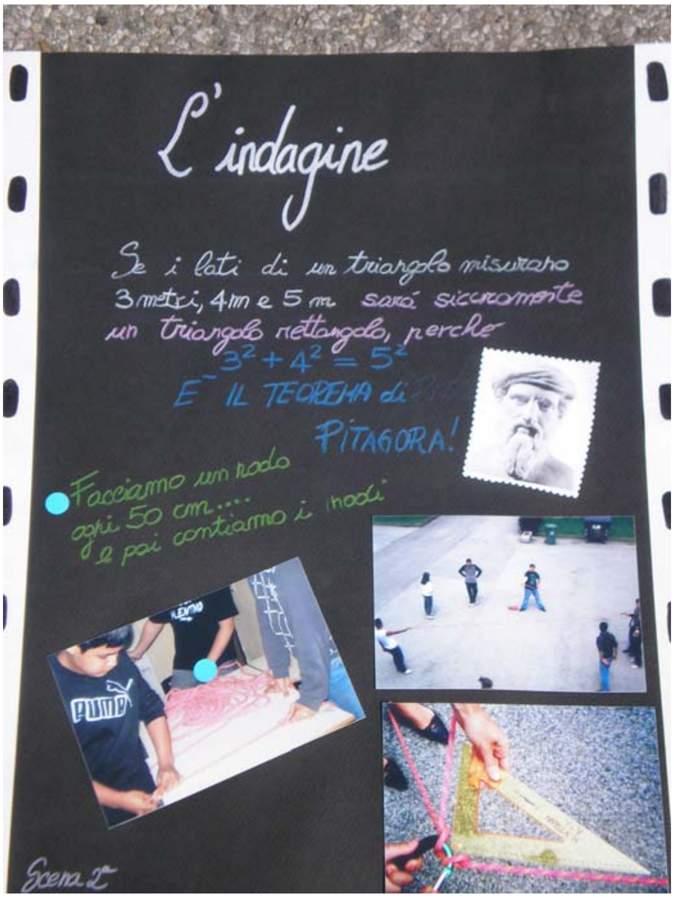
La circonferenza

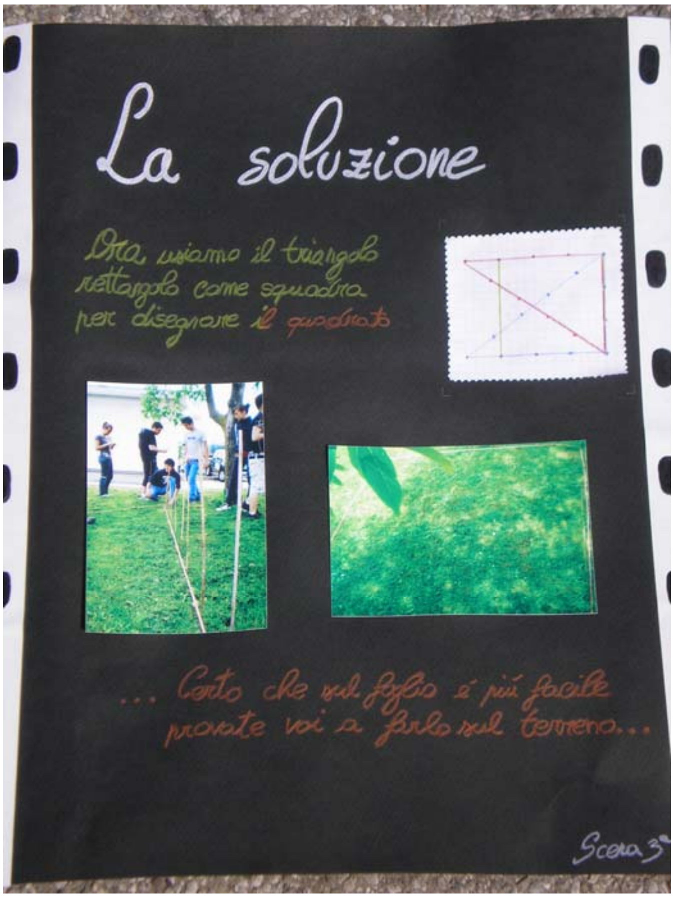
L'ellisse

… e dopo il duro lavoro: LA NOSTRA AIUOLA!

ne sono usciti quattro bellissimi cartelloni, a cui ha fatto seguito anche un filmato realizzato autonomamente da alcune ragazze della classe:


Corda tesa
THRILLER della 2°A ITAG
Il mistero
? ? ? ? ? ? ? ? ? ?
TIZIANO FERRO
...Ma come avranno fatto gli egiziani a costruire le piramidi con la base perfettamente quadrata?
l'unico indizio è una corda con dei nodi...
Scena 1


L'indagine
Se i lati di un triangolo misurano 3 metri, 4 m e 5 m sarà sicuramente un triangolo rettangolo, perché
3² + 4² = 5²
E' IL TEOREMA di PITAGORA!
Facciamo un nodo ogni 50 cm.... e poi contiamo i nodi
Scena 2°


La soluzione
Ora usiamo il triangolo rettangolo come squadra per disegnare il quadrato
... Certo che sul foglio è più facile provate voi a farlo sul terreno...
Scena 3°


E dopo il quadrato...?
Troviamo il centro
La circonferenza
L'ellisse
...e dopo il duro lavoro.. LA NOSTRA AIUOLA!!

BILANCIO CONCLUSIVO DELL'ATTIVITÀ SVOLTA

Dal punto di vista strettamente disciplinare l'obiettivo, che era quello sottolineare l'esistenza di un teorema di Pitagora diretto e uno inverso, distinguendone l'ambito applicativo per giungere poi ad ampliare la validità dell'enunciato classico comprendendone il valore di condizione necessaria e sufficiente (ed è in questo senso "ampliato" che va inteso nel cartellone finale "*L'INDAGINE*" riportato nella pagina precedente), si può considerare raggiunto solo in parte: i ragazzi hanno capito che esistono due teoremi, ma fanno ancora confusione tra enunciato diretto e inverso e su quale tra i due stiano effettivamente utilizzando nel contesto specifico di un problema.

Dal punto di vista relazionale posso dire invece che l'intervento educativo laboratoriale ha significativamente contribuito alla svolta nel rapporto con la classe, con la quale l'anno scolastico era iniziato in modo abbastanza problematico.

L'approccio iniziale con questa classe, viziato da anni di esperienza nei licei scientifici dove la matematica riceve un ascolto incondizionato, era stato infatti più "tradizionalmente scolastico": mi aspettavo che i ragazzi mi avrebbero dato retta in parte perché a scuola si va per questo e in parte via del ruolo che ricoprivo e ritenevo che il mio obiettivo fosse quello di trasmettere agli allievi conoscenze ed esperienze significativamente concentrate sulla mia disciplina.

L'esito fortemente fallimentare dei primi risultati mi ha spinto a chiedermi cosa avrei potuto fare per modificare la situazione di apparente totale incomunicabilità tra insegnante e allievi.

Le attività di laboratorio svolte si sono rivelate estremamente efficaci per creare un **canale di comunicazione** con la classe ed è stato quindi possibile proporre in seguito **attività curriculari tradizionali che hanno avuto un ascolto radicalmente differente**.

È stata fondamentale la disponibilità a modificare l'approccio nella relazione tra docente e discente e a dedicare alcune ore ad **attività non espressamente inserite nel programma**: la scelta si è rivelata vincente sia in termini della relazione con la classe che in termini più strettamente di apprendimento della disciplina.

La relazione che ha preso forma con la classe è al momento attuale assolutamente positiva: è stato importante che i ragazzi

- **mi vedessero lavorare con loro** "ad armi pari", come è accaduto nella fase conclusiva del progetto per la realizzazione dell'aiuola

- avvertissero che ciò che stavano imparando durante la lezione di matematica era **spendibile anche in un ambito diverso**, più vicino ai loro interessi specifici
- **sentissero di essere capaci di fare** qualche cosa tra quelle che io proponevo loro

ciò che ha fatto davvero svoltare la comunicazione tra docente e discente è stato dare agli allievi la possibilità di **mostrare di essere "bravi"** e con questa classe è stato fondamentale andare a cercare delle zone di competenza diverse rispetto a quelle tradizionali.

BIBLIOGRAFIA

Bruno D'Amore *"Elementi di Didattica della Matematica",* Pitagora editrice

Gruppo di Lavoro per lo Sviluppo della Cultura Scientifica e Tecnologica *"Proposta di programma di sviluppo delle pratiche sperimentali e dei laboratori scientifici nelle scuole e sul territorio",* Ministero della Pubblica Istruzione, Documento sui Laboratori

Hermann Maier *"Il conflitto tra lingua matematica e lingua quotidiana per gli allievi",* Pitagora editrice

Giuliana Sandrone Boscarino "*La didattica laboratoriale nella scuola della Riforma"*,Piattaforma INDIRE

Aldo Scimone - Filippo Spagnolo *"Il caso emblematico dell'inverso del teorema di Pitagora nella storia della trasposizione didattica attraverso i manuali",* Dipartimento di Matematica ed Applicazioni, Università di Palermo

"I Laboratori: natura, organizzazione e consigli d'uso" in Annali dell'Istruzione, fascicolo n.5-6 (2001) e 1 (2002) pag 137-141