

**CONSIDERAZIONI SUGLI ESITI DELLE PROVE TEMATICHE DI MATEMATICA DI BASE SOMMINISTRATE NEI  
LABORATORI DI AUTOVALUTAZIONE DI UNIMI  
SITUAZIONE A INIZIO GIUGNO 2011**

I Laboratori di Autovalutazione di Matematica realizzati presso l'Università degli Studi di Milano (formato PLS e formato base) hanno coinvolto quasi 430 studenti di Liceo Scientifico (173 in 7 terze, 120 in 6 quarte, 135 in 7 quinte), oltre 110 studenti di Istituto Tecnico (101 in 4 quarte e 12 in quinta) e 25 di Liceo Linguistico.

Nel loro ambito sono stati somministrati (o lo saranno nei primi mesi del 2011/12) set di 5 quesiti tematici tratti dalle prove di Matematica dei test di selezione degli anni 2008, 2009, 2010 e relativi quesiti di prova, secondo le modalità descritte nel documento "Descrizione dei Laboratori di Autovalutazione – Sperimentazione 2010/11".

Alcuni quesiti proposti non erano mai stati testati in precedenza; altri invece sono stati testati su un numero di individui tra 4000 e 13700, ma non di tutti sono noti gli esiti percentuali, vuoi perché troppo recenti o relativi al sottomodulo di Matematica e Problemi, vuoi perché l'indagine è stata svolta usando il metodo di Rasch, interessato al livello di difficoltà relativa.

I numeri su cui si è condotta la sperimentazione sono molto più piccoli, ma talora significativi e soprattutto la modalità di somministrazione ha permesso di osservare dal vivo quali problemi condizionino l'esito di alcuni quesiti. Si dà qui un resoconto di tali esiti.

Nota. Nel seguito con il nome di **modulo** si fa riferimento all'insieme di tutti i quesiti messi a disposizione su un certo tema, da cui ogni insegnante ha tratto il set di 5 quesiti tematici da somministrare alla classe.

## **Algebra**

*Numero di soggetti su cui è stata o sarà condotta la sperimentazione: 330.*

*Tipologia di scuole / classi già testate: 6 terze, 3 quarte e 3 quinte Liceo Scientifico, 1 quarta e 1 quinta ITIS per un totale di 277 individui.*

*Mancano i dati di: 1 terza Liceo Scientifico e di 1 quarta Liceo Linguistico (quest'ultima non ancora testata) per un totale di 53 individui: circa il 16% dei dati.*

*Max / min numero di studenti **finora** sottoposti a un quesito del modulo: 227 / 62.*

A esperimento finito si potrebbe passare dalla prima alla seconda distribuzione:

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11
attuale	216	0	98	62	148	159	141	101	122	111	227
finale	244	25	123	87	176	187	169	146	122	136	280

*Quesiti non scelti dai docenti sperimentatori: nessuno degli 11 proposti (di A2, scelto solo nel Linguistico non ci saranno dati fino all'inizio del prossimo anno scolastico).*

*Numero di quesiti non somministrati in precedenza: 3.*

*Confronto con l'andamento di precedenti somministrazioni (dati noti al 30/6/2011)*

I dati attuali si riferiscono a una popolazione di 277 studenti non tutti testati sugli stessi quesiti. Gli esiti conseguiti, confrontati con le precedenti somministrazioni, hanno sortito esiti generalmente migliori, con un successo medio di 67%.

Tra i quesiti mai precedentemente testati

- A1, ritenuto a priori di media difficoltà, è stato somministrato in 1 terza, 2 quarte e 2 quinte Liceo scientifico (nella variante A1-3) con esiti molto buoni (87% di successi), in due terze scientifico (nelle varianti A1-1 e A1-4) con esiti peggiori, ma comunque buoni (83 e 74%) e, nella versione originale, in una terza e una quinta scientifico (con successo del 97,5%) e in due classi ITIS con successi intorno al 70%;
- A7, ritenuto a priori facile, nella versione originale ha riportato una percentuale di successo del 97,5% in due classi di Liceo scientifico (una terza e una quinta di scuole diverse), un po' inferiore al 60% nelle due classi ITIS, mentre ha avuto un esito disastroso (36,6% di successi) in 3 terze liceo scientifico cui è stato somministrato nella versione A7-1.

### Osservazioni

Spesso per fornire le risposte gli studenti lavorano per esclusione: gli stessi quesiti risulterebbero quindi più difficili se proposti a risposta aperta. In effetti i 17 studenti di quarta Liceo Scientifico che hanno sostenuto parte dei quesiti in forma aperta hanno avuto risultati molto superiori alla media nei due quesiti somministrati in forma chiusa ma inferiori alla media in due degli altri tre quesiti, discutendo in modo parziale la disequazione dipendente da parametro (A5-1) e bloccandosi nello studio della disequazione con valore assoluto (A6-1).

Le difficoltà ricorrenti sono: lettura non accurata del testo, elaborazione non rigorosa della corretta sequenza risolutiva, carente capacità di motivare la scelta della risposta (scelta spesso convalidata solo da esempi e controesempi).

Raramente gli studenti denunciano il problema della carenza di tempo, ma i docenti sperimentatori ritengono che gli errori commessi sui quesiti A9 e A10 (assegnati in generale come ultimi) siano, almeno in parte, imputabili a fretta e al poco tempo rimasto per concludere la prova. È risultato necessario ribadire concetti generali: ad es. vengono confuse incognite e parametri.

Feed-back della sperimentazione: talora conoscenze ritenute consolidate non si sono rivelate tali.

### Percentuali di successo e quesiti con esiti non pienamente soddisfacenti

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11
popolazione	216	0	98	62	148	159	141	101	122	111	227
% corrette	85%		74%	92%	77%	66%	58%	57%	80%	58%	42%

**A3:** campione di 98 individui di terza Liceo Scientifico o di ITIS; la percentuale di successi buona sulle tre classi scende al 66% tra gli studenti di terza. Errori di tipo algebrico. Si riscontra poca dimestichezza con sistemi a tre equazioni e serie difficoltà nelle tecniche di risoluzione.

**A6:** campione di 159 individui di 3<sup>a</sup>, 4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> Liceo Scientifico; 66% di successi. Approccio algebrico al valore assoluto, con conseguenti errori logici e/o di conto. Pochi utilizzano il metodo grafico almeno come strumento di controllo. Nella classe cui il quesito è stato somministrato in forma aperta (versione A6-1) chiedendo esplicitamente l'uso del metodo grafico, ben 7 studenti su 17 non risultano in grado di rispondere e, tra quelli che rispondono correttamente, alcuni non si fidano della sola risoluzione per via grafica: eppure si tratta di una classe che sugli altri quesiti ha ottime prestazioni.

**A7:** campione di 141 individui di terza e quinta Liceo Scientifico e di ITIS (a 71 di terza è stata somministrata in versione A7-1); 14% di risposte non date, 58% di successi. Gli errori sono quasi uniformemente distribuiti sui tre distrattori, ma con una maggior propensione a interpretare  $p = p_0(1 + \alpha\Delta T)$  come  $p = p_0 + \alpha\Delta T$ . Accanto agli errori di tipo algebrico, emergono difficoltà nell'affrontare espressioni puramente letterali.

**A8:** campione di 101 individui di 3<sup>a</sup>, 4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> Liceo Scientifico; 16% di risposte non date, 57% di successo (superiore comunque al campione di confronto, 44%). Gli errori sono imputabili a scarsa abilità nel trasformare espressioni e sono molto più frequenti in terza.

**A10:** campione di 111 individui di terza e quarta Liceo Scientifico; quasi 10% di risposte non date, 58% di successo. Errori di segno e algebrici in generale.

**A11:** campione di 227 individui di 3<sup>a</sup>, 4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> Liceo scientifico e ITIS; quasi il 12% di risposte non date, 42% di successo. Le soluzioni corrette sono spesso ottenute per tentativi successivi, mentre gli errori vanno imputati a poca cura nella lettura di un testo che andava invece valutato attentamente.

**A10 e A11** rivelano difficoltà nell'affrontare quesiti per via teorica invece che empirica.

## Funzioni

*Numero di soggetti su cui è stata o sarà condotta la sperimentazione:* 390+21.

*Tipologia di scuole / classi già testate:* 3 quarte Istituto Tecnico per Geometri, 3 terze, 4 quarte e 5 quinte Liceo Scientifico, 1 quarta e 1 quinta ITIS per un totale di 342 individui, più una quinta Liceo Scientifico (21 allievi) testata sui 9 quesiti in 20 minuti e quindi non omologabile (anche se i risultati sono ottimi).

*Mancano i dati di:* 1 terza e 1 quarta Liceo Scientifico (quest'ultima non ancora testata), per un totale di 48 individui (12% del totale).

*Max / min numero di studenti finora sottoposti a un quesito del modulo:* (298+21) / (50+21).

A esperimento finito si potrebbe passare dalla prima alla seconda distribuzione:

	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9
attuale	81	50	298	177	207	269	235	242	151
finale	101	50	326	197	207	317	263	290	179

*Quesiti non scelti dai docenti sperimentatori:* nessuno.

*Numero di quesiti non somministrati in precedenza:* 2.

*Confronto con l'andamento di precedenti somministrazioni (dati noti al 30/6/2011)*

I dati attuali si riferiscono a una popolazione di 342 studenti non tutti testati sugli stessi quesiti. Gli esiti conseguiti, confrontati con le precedenti somministrazioni (per i cinque quesiti in cui ciò è possibile), hanno sortito esiti migliori, tranne in un caso in cui sono sostanzialmente equivalenti; lievemente migliori nel Liceo Scientifico e, quasi sempre, migliori nelle quinte rispetto alle quarte. In media si ha un 70% di successo (che passa al 72% tenendo conto anche dei dati della quinta non omologabile).

Tra i quesiti mai precedentemente testati

- F4, ritenuto a priori di difficoltà più che media, è stato somministrato in 3 quarte Geometri, 1 quarta e 1 quinta ITIS, 1 quarta e 1 "quinta" Liceo Scientifico (quest'ultima con pochi studenti) con esito medio (61% di successi; le maggiori difficoltà si registrano nell'ITG con 20 punti percentuali in meno);
- F7, ritenuto a priori facile, ha registrato lo stesso tipo di difficoltà di F4 nelle 3 quarte ITG, mentre nelle classi di Liceo Scientifico si registra una percentuale di successi di poco superiore al 60%, non distribuiti però omogeneamente per tipologia di classe.

### Osservazioni

Le difficoltà maggiori riguardano l'elaborazione di una corretta sequenza risolutiva, ma anche in questo modulo si rilevano carenze nell'accuratezza della lettura del testo, nell'interpretazione della richiesta e nella visualizzazione. Permane anche la tendenza a giustificare le risposte scelte procedendo per esempi. Gli sperimentatori pensano che la conoscenza di elementi di Analisi favorisca gli studenti delle quinte anche in quesiti che richiedono solo di saper leggere un grafico: ma gli esiti dei quesiti F7 e F8 relativamente alle stesse classi (risposte corrette F7: 56% nelle terze, 67% nelle quinte; risposte corrette F8: 89% nelle terze e 69% nelle quinte) sembrano suggerire che il nesso non sia così stretto; semmai in quinta sembra esserci un andamento più stabile.

### Percentuali di successo e quesiti con esiti non pienamente soddisfacenti

	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9
popolazione	81	50	298	177	207	269	235	242	151
% successo	78%	96%	80%	67%	76%	56%	57%	79%	63%

**F4:** campione di 132 individui, 78 dei quali di quarta ITG e gli altri quasi tutti ITIS; 8% di risposte non date. La maggior parte degli studenti di ITG non ha compreso la richiesta e di conseguenza non ha saputo impostare l'equazione risolvibile (solo 41,02% di successi).

**F6:** campione di 247 individui, 44 di terza Liceo Scientifico (55% di successi), 36 di quarta Liceo Scientifico (50% di successi), 93 di quarta ITG o ITIS (circa 53% di successi); 11 di quinta ITIS e 63 di quinta Liceo Scientifico (69% di successi). Per tutti il distrattore privilegiato è A: 29% di adesioni.

**F7:** campione di 207 individui 78 dei quali di quarta ITG (42% di successi), 44 di terza, 20 di quarta e 63 di quinta Liceo Scientifico (61, 82 e 67% di successi). Per tutti il distrattore privilegiato è C: 28% di adesioni (molto più gettonato in terza e in quarta ITG).

Tanto per F6 che per F7 le risposte errate più frequenti sembrano nascere, più che da errori di conto, dal fatto di non comprendere la richiesta e votare quindi per la risposta che contiene un numero "speciale" (1 o 0). In entrambi inoltre i casi si registra una miglior "tenuta" degli studenti di quinta: anche se gli esiti non sono brillanti, si può contare su una conoscenza mediamente stabile; invece le classi di terza e di quarta hanno difficoltà variabili in base alla popolazione e non sempre connesse alla tipologia di scuola: non sanno come attaccare il problema, fanno errori nella gestione dei segni e hanno difficoltà nella lettura di un grafico (chi è  $f(a)$ ? dove lo cerco?).

**F9:** campione di 128 individui, 44 di terza e 58 di quarta Liceo Scientifico, i restanti di quarta e quinta ITIS (complessivamente 66% di successi). A parte F8 (che comunque ha esiti in generale molto migliori), questo è l'unico caso in cui terze e quarte hanno avuto prestazioni migliori rispetto alle quinte. La popolazione è piccola, ma sorprende che le stesse due classi di quarta Liceo Scientifico che hanno dato solo il 50% di risposte corrette a F6 in questo caso ne diano più dell'86%, benché F9 apparentemente richieda conoscenze più fini dell'altro quesito. In realtà forse in questo quesito è più facile ragionare per esclusione e tentativi, eventualmente facendo assunzioni gratuite (ad es. che la prima funzione abbia per grafico una parabola o che l'unità di misura coincida con il lato del quadretto) come si rileva nelle giustificazioni fornite.

## Geometria

Numero di soggetti su cui è stata o sarà condotta la sperimentazione: 327.

Tipologia di scuole / classi già testate: 2 terze, 3 quarte, 5 quinte Liceo Scientifico (173 individui), 1 quarta e 1 quinta ITIS (25 individui), 3 quarte ITG (76 individui), per un totale di 274 individui.

Mancano i dati di: 1 terza Liceo Scientifico e 1 quarta Liceo Linguistico, per al più 53 individui (16% del totale).

Max / min numero di studenti **finora** sottoposti a un quesito del modulo: 225 / 19.

A esperimento finito si potrebbe passare dalla prima alla seconda distribuzione:

	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7	G8	G9	G10	G11
attuale	93	181	225	19	124	125	137	169	105	82	110
finale	146	234	225	19	149	153	137	222	105	107	138

Quesiti non scelti dai docenti sperimentatori : nessuno sugli 11 proposti. Tutti i docenti hanno motivato la scelta dei quesiti col fatto che fossero abbastanza variati e non troppo semplici per la classe cui dovevano essere somministrati (salvo scegliere a caso, a fronte di esercizi di ugual interesse).

Numero di quesiti non somministrati in precedenza: 4.

Confronto con l'andamento di precedenti somministrazioni (dati noti al 30/6/2011)

I dati attuali si riferiscono a una popolazione di 274 studenti non tutti testati sugli stessi quesiti.

Gli esiti conseguiti sono mediamente migliori rispetto ad altre tematiche: si tocca il 74,5% di risposte corrette e anche gli studenti delle quarte Geometri conseguono mediamente i 2/3 di risposte corrette, con un esito in controtendenza negli Istituti Tecnici per il quesito G3.

### Osservazioni

Si osserva che in genere gli studenti procedono "analiticamente" (non fanno la figura ed eseguono molti calcoli) o "graficamente" (fanno una figura e spesso se ne fidano anche per svolgere considerazioni generali), raramente producono un ragionamento consistente. Le soluzioni corrette risultano frutto di buon intuito non sempre accompagnato dalla capacità di giustificare, anche per carenza di terminologia specifica.

Come in algebra, è frequente la scelta della risposta corretta per esclusione ed emergono difficoltà nell'utilizzare le proprie conoscenze in modo elastico e trasversale, connettendo logicamente elementi studiati in ambiti e tempi diversi.

Come difficoltà peculiari della geometria emergono, in fase risolutiva, la visualizzazione del problema e, in fase di motivazione, la chiara differenza tra dimostrare e verificare.

Infine si evidenzia che nel triennio molti teoremi anche fondamentali risultano dimenticati, anche se vengono facilmente "ritrovati" in fase di (auto)correzione.

### Percentuali di successo e quesiti con esiti non pienamente soddisfacenti

	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7	G8	G9	G10	G11
popolazione	93	181	225	19	124	125	137	169	105	82	110
% corrette	86%	67%	67%	100%	85%	50%	80%	93%	84%	49%	81%

Gli errori non sono imputabili a distrattori particolarmente potenti, tranne che nel quesito **G3**.

**G2:** campione di 181 individui di 4<sup>a</sup> Geometri, 4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> ITIS, una 3<sup>a</sup> e tre 5<sup>a</sup> Liceo; 5% di risposte non date che salgono a 8% negli Istituti Tecnici, 67% di successo (57% nei Tecnici). Gli studenti dichiarano di essersi confusi nel calcolo o di aver dimenticato l'argomento, anche se si trattava solo di istituire una corrispondenza tra un'equazione e il disegno di una retta (tanto che il quesito a priori era stato classificato come elementare). Si rileva in qualche caso difficoltà nell'interpretare il testo e qualche errata procedura comune a più studenti (copiatura?).

**G3:** campione di 225 individui di 3<sup>a</sup>, 4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> Liceo Scientifico, 4<sup>a</sup> Geometri e 4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> ITIS; 10% di risposte non date che salgono a 20% negli Istituti Tecnici, 67% di successo (37,6% nei Tecnici). Argomento per qualcuno dimenticato, difficoltà di visualizzazione, di comprensione e motivazione della risposta. La scelta del distrattore privilegiato (37 sui 49 errati), reciproco del valore corretto, forse nasce dalla errata soluzione dell'equazione di primo grado che fornisce l'ascissa di uno dei vertici del triangolo ( $ax - b = 0 \Rightarrow x = a/b$ ).

**G6:** campione di 125 individui di 3<sup>a</sup>, 4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> Liceo scientifico e ITIS; 14,4% di risposte non date, 50% di successo. L'argomento geometria solida sembra meno ignoto nelle classi di Liceo Scientifico, mentre nell'ITIS a indirizzo chimico l'argomento è trascurato anche se, a detta del docente, il quesito avrebbe potuto essere affrontato con un po' di intuizione e mutuando abilità che dovrebbero consolidarsi nello studio delle materie di indirizzo. In qualche caso si rileva difficoltà nell'interpretazione del testo.

**G10:** campione di 82 individui di 4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> Liceo scientifico; 11% di risposte non date, 49% di successo. *L'esito è condizionato da una figura fatta male nel testo*, che sembrava richiedere una condizione in più di quelle proposte, anche se ci si sarebbe aspettato un più alto numero di risposte non date e non di scelte errate nel verso delle disequazioni.

## Logica e combinatoria

*Numero di soggetti su cui è stata o sarà condotta la sperimentazione:* 81.

*Tipologia di scuole / classi già testate:* 1 terza e 2 quarte Liceo Scientifico per un totale di 59 individui.

*Mancano i dati di:* 1 quarta Liceo Scientifico, per un totale di 22 individui che sosterranno il test all'inizio del 2011/12.

*Max / min numero di studenti finora sottoposti a un quesito del modulo:* 20/59.

A esperimento finito si potrebbe passare dalla prima alla seconda distribuzione:

	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	C1	C2	C3	C4	C5	C6
attuale	0	39	59	0	0	39	20	59	20	0	39	0	20
finale	0	61	59	0	0	61	42	59	42	0	39	0	42

*Quesiti non scelti dai docenti sperimentatori :* L1, L4, L5, C3, C5.

*Numero di quesiti non somministrati in precedenza:* 3 di Logica (2 scelti) e 2 di Combinatoria (scelti).

### Confronto con l'andamento di precedenti somministrazioni (dati noti al 30/6/2011)

I docenti sperimentatori hanno deciso di focalizzarsi principalmente su quesiti non testati. Anche quando la sperimentazione sarà completa, il campione sarà troppo piccolo e omogeneo perché il test sia significativo. La risposta sulla tematica è discreta (mediamente 64% di risposte corrette, 67% nel settore Logica, 61% nel settore Combinatoria e probabilità).

Da rilevare che in ciascuna classe ci sono stati quesiti con un tasso elevato di risposte corrette e quesiti "poco riusciti", ma con andamenti diversi nelle tre classi: ad esempio, quella che ha il risultato peggiore in L3 ha il risultato migliore in C1 (forse anche perché in una delle altre due si è scelta una versione del quesito più difficile).

### Quesiti con esiti non pienamente soddisfacenti.

	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	C1	C2	C3	C4	C5	C6
popolazione	0	39	59	0	0	39	20	59	20	0	39	0	20
% corrette		90%	58%			51%	80%	59%	70%		67%		45%

**L3:** campione di 59 individui di 3<sup>a</sup> e 4<sup>a</sup> Liceo scientifico; 58% di successo. Gli studenti denunciano una non accurata lettura del testo e difficoltà nell'interpretazione della richiesta (condizione necessaria).

**L6:** campione di 39 individui di 3<sup>a</sup> e 4<sup>a</sup> Liceo scientifico; 10% di risposte non date, 51% di successo. Gli studenti denunciano una non accurata lettura del testo e difficoltà nell'organizzare una strategia risolutiva.

**C1:** campione di 59 individui di 3<sup>a</sup> e 4<sup>a</sup> Liceo scientifico; 11% di risposte non date, 59% di successo. Gli studenti denunciano difficoltà nell'elaborazione di una corretta sequenza risolutiva (forse intesa come individuazione di una formula che risolva il problema): in realtà pare più verosimile che non sappiano come modellizzare il problema, poiché se fosse chiara la struttura di scelta binaria (ad albero) dovrebbe anche essere chiaro che il risultato è una potenza di 2 e una sola risposta ha questa caratteristica (almeno nella versione facile del quesito).

**C6:** campione di 20 individui di 4<sup>a</sup> Liceo scientifico; 15% di risposte non date, 45% di successo. La classe in questione non aveva ancora affrontato l'argomento Probabilità e gli studenti non avevano la nozione di probabilità come rapporto tra numero di casi favorevoli e numero di casi possibili. 25% degli studenti sbaglia in quanto legge "almeno 3" come "esattamente 3" (e questo è un errore di comprensione del testo o di logica in senso lato).

## Modellizzazione

*Numero di soggetti su cui è stata o sarà condotta la sperimentazione:* 526.

*Tipologia di scuole / classi già testate:* 3 quarte ITG (73 studenti), 3 terze, 1 quarta e 1 quinta ITIS (16+11 studenti), 5 quarte e 10 quinte Liceo Scientifico (82+161 studenti) per un totale di 400 individui. Tre quinte LS, per un totale di 54 individui, sono state aggregate al progetto per questa sola somministrazione, con esiti quasi sovrapponibili a quelli delle tre quinte della stessa scuola partecipanti al Laboratorio formato base.

*Mancano i dati di:* 1 quarta Liceo Linguistico (25 studenti), 3 terze e 1 quarta Liceo Scientifico (80+21 studenti), per un totale di 126 individui (24% del totale) che svolgeranno il test all'inizio del 2011/12.

*Max / min numero di studenti finora sottoposti a un quesito del modulo:* 326 / 17.

A esperimento finito si potrebbe passare dalla prima alla seconda distribuzione:

	M1	M2	M2bis	M3	M3bis	M4	M5	M6	M7	M8	M9	M10	M10bis	M11	M12	M13	M14
attuale	283	37	100	224	112	0	74	111	251	37	250	326	0	0	17	178	0
finale	336	65	121	273	214	24	151	160	275	37	327	326	52	25	45	178	21

*Quesiti non scelti dai docenti sperimentatori* : nessuno, ma alla fine M4, M8, M10bis, M11, M12, M14 saranno testati su un campione piuttosto ridotto.

*Numero di quesiti non somministrati in precedenza*: 4.

*Confronto con l'andamento di precedenti somministrazioni (dati noti al 30/6/2011)*

I dati attuali si riferiscono a una popolazione di 400 studenti non tutti testati sugli stessi quesiti. Gli esiti conseguiti, confrontati con le precedenti somministrazioni, hanno sortito esiti generalmente migliori, anche la media delle risposte corrette è solo del 60%.

Tra i quesiti mai precedentemente testati, i primi due (riguardanti percentuali e interpretazione di tabelle) si sono rivelati mediamente difficili, mentre gli altri due (più legati alla comprensione del testo e alla traduzione da linguaggio naturale a linguaggio algebrico) hanno avuto esiti positivi.

#### Osservazioni

Le risposte date ai quesiti di questo modulo (e i successivi tentativi di giustificazione) mettono in luce, in generale, scelte poco motivate (talora apparentemente casuali), metodi risolutivi poco razionali e procedure approssimative. La scarsa padronanza di alcuni termini comporta fraintendimenti e confusioni nell'analisi del testo nonché difficoltà nell'organizzazione della soluzione. Lontani dalla preparazione tradizionale degli studenti, questi quesiti li inducono più facilmente all'errore di calcolo e ne mettono alla prova la coerenza logica.

Quasi tutti possiedono il significato di alcune operazioni logiche e dei diagrammi di Venn, ma molti si perdono sui quantificatori. Potrebbe essere un suggerimento per i docenti del biennio.

Ancora: alcuni studenti non riescono a rispondere ai quesiti nei 20 minuti a disposizione (mediamente si ha un 7,4% di risposte omesse, con punte del doppio) ma ne vengono a capo nella mezz'ora lasciata per dare le giustificazioni.

#### Percentuali di successo e quesiti con esiti non pienamente soddisfacenti

	M1	M2	M2bis	M3	M3bis	M4	M5	M6	M7	M8	M9	M10	M10bis	M11	M12	M13	M14
popolazione	283	37	100	224	112	0	74	111	251	37	250	326	0	0	17	178	0
% corrette	51%	76%	34%	54%	57%		55%	49%	60%	89%	53%	89%			82%	49%	

**M1**: campione di 283 studenti di 3<sup>a</sup>, 4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> Liceo Scientifico; 51% di successo (32% in terza, 49% in quinta). Quasi tutti gli studenti utilizzano per la risoluzione il calcolo diretto ma talora rispondono "a naso" (inventando poi, per giustificare la scelta, formule fantasiose:  $(30+15)/2=22,5$  oppure  $30-15=15$ ,  $(30+15)/3=15$ , che danno ragione dei due distrattori più gettonati).

La preparazione degli studenti si è spesso rivelata inadeguata a questo quesito: le difficoltà individuate dagli studenti riguardano l'organizzazione e l'elaborazione di una corretta sequenza risolutiva; i docenti somministratori lamentano invece che gli studenti non sappiano motivare in modo formale, ma si limitino a verificare quale potrebbe essere la risposta corretta attribuendo alla variabile  $p$  valori particolari.

È possibile che un po' di giustificazioni fantasiose nascano dal tentativo di aderire alla richiesta di "essere formali", senza essersi dati la pena di capire il problema. Quindi, ben venga il modello concreto, possibilmente comodo ( $p=100$ ), su cui capire velocemente "come funziona"; trattandosi di quesito a risposta chiusa ci si può anche accontentare. Si ritiene che la richiesta di formalizzare (usare  $p$  invece di 100 nella sequenza risolutiva) abbia un posto più adeguato in una successiva

discussione in classe, nella quale sarebbe ancora meglio chiedere di prendere coscienza che, trattandosi di un ragionamento percentuale, il risultato è invariante rispetto alla scelta di  $p$  (questo è il significato matematico del quesito).

**M2bis:** campione di 100 studenti di 4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> ITIS e 4<sup>a</sup> ITG; 34% di successo. Il distrattore efficace C (25% delle risposte) testimonia una lettura affrettata del testo. Anche in questo quesito – di ambientazione geometrica – la spiegazione viene spesso condotta su un esempio numerico.

**M3:** campione di 73 studenti di 4<sup>a</sup> ITG e 151 di 3<sup>a</sup>, 4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> Liceo Scientifico; 54% di successo (61% nelle classi di Liceo e quasi l'80% nelle due terze). Il distrattore efficace C (34% delle risposte) testimonia una lettura affrettata del testo, o la non comprensione del termine "almeno".

**M3bis:** campione, diverso dal precedente, di 112 studenti di 3<sup>a</sup>, 4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> Liceo Scientifico; 57% di successo. Il distrattore efficace D (32% delle risposte) conferma la diagnosi precedente.

**M6:** campione di 111 studenti di 4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> ITIS e 3<sup>a</sup>, 4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> Liceo Scientifico; 49% di successo. Oltre il 14% di mancate risposte nei primi 20 minuti. Specialmente al Liceo cercano di impostare una doppia proporzione, con errori di unità di misura (confusione tra unità di massa, milligrammi, e unità di volume, millilitri).

**M7:** stesso campione di M3, ampliato con 27 studenti di 4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> ITIS; 60% di successo, ma la percentuale di successo nelle classi di Liceo Scientifico (73%) è quasi doppia di quella nelle altre. Il fatto che il distrattore A (efficacia globale: 22%) negli ITG sia stato scelto nel 34% dei casi aveva fatto supporre una difficoltà ad affrontare il ragionamento proporzionale legato al tipo di studi; ma anche nelle terze Liceo la risposta A è stata scelta da quasi il 30% degli studenti. Quindi è più probabile che la causa dell'errore sia una lettura incompleta del testo.

**M9:** campione di 250 studenti di 3<sup>a</sup>, 4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> Liceo Scientifico; 53% di successo, esito migliore di 17 punti rispetto all'esito campione. Il distrattore D, ove assegnato nella forma "non si può rispondere non essendo noto lo spigolo del cubetto", è stato molto gettonato, rivelando difficoltà di comprensione del problema. In alcuni studenti risulta chiara la difficoltà di come attaccare il problema. La correttezza della risposta pare legata alla capacità di visualizzare figure nello spazio.

**M13:** campione di 178 studenti di 4<sup>a</sup> ITG, di 4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> ITIS e di 4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> Liceo Scientifico; 49% di successo. Il distrattore A (efficacia: 29%, ma in alcune sottopopolazioni pari a quella della risposta corretta) che recita "almeno 14 elementi", mentre la risposta corretta era "al più 14 elementi", mostra come comprendere il senso delle allocuzioni "al più" e "al meno" sia difficile anche per i liceali.

## Numeri

*Numero di soggetti su cui è stata o sarà condotta la sperimentazione: 225.*

*Tipologia di scuole / classi già testate: 4 terze e una quarta Liceo Scientifico, 1 quarta Liceo Linguistico e 3 quarte ITG per un totale di 203 individui.*

*Mancano i dati di: 1 quarta Liceo Scientifico, per un totale di 22 individui che svolgeranno il test all'inizio del 2011/12.*

*Max / min numero di studenti finora sottoposti a un quesito del modulo: 45/ 159.*

A esperimento finito si potrebbe passare dalla prima alla seconda distribuzione:

	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	N8	N9	N10	N11	N12	N13	N14
attuale	46	83	0	159	0	45	120	75	45	62	0	94	158	128
finale	46	83	0	159	22	67	120	75	67	84	0	116	158	128

Quesiti non scelti dai docenti sperimentatori: N3, N11

Numero di quesiti non somministrati in precedenza: 7, solo uno non scelto (banale frazione).

Confronto con l'andamento di precedenti somministrazioni (dati noti al 30/6/2011)

I dati attuali si riferiscono a una popolazione di 203 studenti non tutti testati sugli stessi quesiti e in gran parte testati su quesiti mai somministrati in precedenza: dunque il confronto non sembra significativo. In media si ha una percentuale di successo del 66%.

### Quesiti con esiti non pienamente soddisfacenti

	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	N8	N9	N10	N11	N12	N13	N14
popolazione	46	83	0	159	0	45	120	75	45	62	0	94	158	128
% corrette	74%	39%		44%		96%	82%	85%	89%	68%		52%	57%	54%

**N2:** campione di 58 studenti di 3<sup>a</sup> Liceo Scientifico e 25 di 4<sup>a</sup> Liceo Linguistico; 39% di successo (24% nelle terze). Il distrattore B è responsabile di 47 su 49 risposte errate. Gli studenti non prestano attenzione al testo, leggono solo le frazioni in gioco, in particolare non leggono “del rimanente”.

**N4:** campione di 159 studenti quasi equamente suddivisi tra 3 terze Liceo Scientifico e tre quarte ITG; 44% di successo, in entrambi le tipologie di scuola. I distrattori A e B, responsabili rispettivamente di 57 e 21 risposte errate su 84, denunciano scarsa sensibilità nell'uso delle parentesi e incertezza sul significato del segno all'esponente. In parte sono (imperdonabili) errori di distrazione; fraintendimento del testo, argomenti dimenticati possono essere altre cause.

**N12:** campione di 75 studenti di ITG e 19 di 4<sup>a</sup> Liceo Scientifico; 52% di risposte corrette; un significativo 21% di risposte mancanti nell'ITG denuncia che il significato di logaritmo non è stato assimilato (la sperimentatrice ritiene il quesito prematuro perché argomento non era ancora adeguatamente affrontato); i distrattori A e D (responsabili rispettivamente di 13 e 10 risposte errate su 29), rivelano difficoltà nel risolvere l'equazione – forse anche nella forma  $x+1=2^{-2}$  – e nel riconoscere l'intervallo di appartenenza della soluzione (perché negativa).

**N13:** campione di 58 studenti di 3<sup>a</sup> Liceo Scientifico, 25 di 4<sup>a</sup> Liceo Linguistico e 75 di 4<sup>a</sup> ITG; 57% di risposte corrette (32% al Linguistico). I due distrattori privilegiati (B e D) che assorbono il 40% delle risposte testimoniano, oltre a lettura non attenta del testo, notevoli difficoltà nei confronti del concetto di media, anche se questa è stata ampiamente trattata in laboratorio di fisica.

**N14:** campione di 103 studenti di 3<sup>a</sup> e 4<sup>a</sup> Liceo Scientifico e 25 di 4<sup>a</sup> liceo Linguistico; 10% di risposte mancanti, 54% di risposte corrette (36% al Linguistico). Il distrattore privilegiato B (21% delle risposte abbastanza ben distribuito su tutte le tipologie di classi/scuole) corrisponde a non tener conto che questo è un problema inverso sulle percentuali.