



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO  
DIPARTIMENTO DI MATEMATICA "F. ENRIQUES"

Progetto Lauree Scientifiche

Unità operativa di Milano Città Studi

**Laboratorio di Giochi Matematici**

(responsabile Prof. Stefania De Stefano)

**Incontri presso il Liceo - Ginnasio "Parini" di Milano e  
presso il Dipartimento di Matematica "F. Enriques"**

Relazioni di alcuni animatori e studenti



Alla fine di ogni incontro presso il Liceo-Ginnasio Parini gli animatori hanno compilato delle schede tecniche sull'andamento dell'incontro, di cui si riferisce altrove.

Ci è comunque sembrato opportuno far esprimere chi volesse aggiungere qualcosa a quanto già detto nelle schede.

Si riportano qui tre interventi: due sono brevi resoconti con considerazioni personali in merito all'esperienza, un terzo è una *relazione su un singolo incontro* (con entrambe le classi), con un'osservazione puntuale delle difficoltà incontrate dai ragazzi e delle scelte da loro operate nonché degli interventi dell'animatore (si tratta di un paragrafo della tesina per l'esame finale della SILSIS).

Si ritiene utile questa documentazione poiché dà un'idea di che cosa è "normale" aspettarsi in un'esperienza di questo tipo; vi si possono leggere (talora in filigrana) le difficoltà iniziali che si incontrano nel lavoro di animazione (ragazzi scoraggiati o svogliati), gli errori che ne conseguono (un eccesso di intervento, il tentativo di riportare l'esperienza nell'alveo della normale prassi scolastica), la scoperta che i ragazzi quando affrontano un problema "nuovo" hanno talora un modo di pensare alternativo a quello codificato. Con tutti gli interrogativi che ciò comporta: fino a che punto è opportuno "perdere tempo" nel far cercare autonomamente agli studenti la soluzione ad un problema già risolto, soprattutto quando la soluzione trovata è meno efficiente di quella codificata, meno generalizzabile e quindi meno atta a costituire una conoscenza stabile e fruibile in altri contesti? È utile intervenire spiegando i metodi risolutivi standard? O, in ogni caso, il primo metodo trovato finisce per prevalere sugli altri perché è quello che meglio aderisce al modello mentale che in quel momento ha il discente? Si può modificare questo modello mentale complicando opportunamente il problema o il modello cercherà comunque di imporsi anche a costo di maggiori complicazioni? <sup>(1)</sup>.

In una seconda parte si riportano invece le relazioni che erano state chieste agli studenti alla fine di tutti gli incontri (a Scuola ed in Dipartimento), per invitarli a ripensare all'esperienza.

Per motivi legati anche alla concomitanza di feste e ponti sono pervenute un po' meno di metà delle risposte attese (solo quattro risposte dalla II E, 13 dalla V A).

Le relazioni sono abbastanza omogenee, in quanto guidate da una traccia (che precede tutte le relazioni).

Si è scelto di trascriverle senza migliorare il modo di esprimersi (talora incredibilmente impacciato per ragazzi di formazione classica) onde non rischiare di tradire il pensiero di chi scriveva.

Anche prescindendo dalla tendenza a "svolgere il tema" assecondando un po' l'umore di chi lo ha proposto, facendo della retorica e talora utilizzando a sproposito le "parole chiave" contenute nella traccia, emerge, specialmente nei piccoli, un genuino entusiasmo (anche nell'ultimo che si lamenta di non aver potuto partecipare agli incontri extrascolastici perché troppo lontano da casa) per la liberatoria ventata di aria fresca portata dai giochi tra le polverose pagine dei manuali e per il lavorare in gruppo (fondamentale in età adolescenziale) e poi il senso di meraviglia per essersi scoperti "capaci" e lo stupore per le cose nuove che si sono scoperte.

---

<sup>(1)</sup> Secoli di Tolemaicismo sembrano dare una risposta deprimente a questa domanda!



### **Relazione sull'esperienza di un'animatrice**

Ho seguito per quattro incontri un gruppo di quattro ragazzi di quinta ginnasio che hanno ammesso di non essere molto interessati alla matematica.

Al primo incontro ho riscontrato che i ragazzi

- dubitavano che ci si potesse divertire con "giochi di matematica"
- avevano scarsa fiducia di riuscire a risolvere i quesiti proposti, non essendo stata data loro una strategia per affrontarli.

Soprattutto nei primi due incontri, non ho saputo resistere alla tentazione di dar loro dei chiari suggerimenti su come risolvere alcuni quesiti, nel tentativo di coinvolgerli maggiormente. Durante i successivi incontri invece, capito meglio lo spirito dell'esperienza, mi sono trattenuta. Anche i ragazzi, che ormai erano più preparati a misurarsi con questi problemi, hanno partecipato in modo più attivo.

Ho notato che il divertimento è legato alla previsione di avere delle buone possibilità di risolvere il gioco proposto. In particolare hanno destato interesse i seguenti problemi:

- la domanda a uno dei due custodi per individuare la porta della vita (Giochi Logici)
- la suddivisione equa delle botti e del vino (Giochi con tempo, frazioni ed eque partizioni)
- il problema dei pastori con le formaggette (Giochi con tempo, frazioni ed eque partizioni)

I ragazzi hanno sicuramente raggiunto due risultati positivi. In primo luogo hanno intuito che la matematica non si riduce solo a quelle nozioni che imparano a scuola ma è una scienza molto più ricca. In secondo luogo hanno capito che in generale uno dei problemi che si affrontano studiando matematica è proprio quello di individuare strategie per risolvere quesiti. In altre parole che in matematica non conta solo il risultato ma anche il metodo, la strategia, il percorso per ottenerlo.

### **Relazione sull'esperienza di un animatore**

Non ho mai insegnato, ma ritengo che la routine di classe quotidiana, vista sia dal lato docente che dal lato studente, sia sostanzialmente diversa da quella sperimentata in questo Laboratorio.

Mi ha positivamente colpito l'aspetto di valorizzazione del gruppo, in chiave problem solving, rispetto ad esempio al taglio (forse necessariamente, dati gli obiettivi) più individualistico dato a esperienze come le "olimpiadi della fisica", benché anche in quel caso si tendesse a costituire gruppi, privilegiandone però l'omogeneità. Non so se questo modello di lavoro di gruppo, che penso miri a replicare il modo in cui il mondo scientifico si muove, si possa fare rientrare nella prassi scolastica quotidiana. Certo l'elemento valutativo individuale ha valore centrale nel nostro sistema scolastico (e forse ovunque) e in fondo, anche l'accesso alle università, come accademico o ricercatore, avviene per concorso. Dando tuttavia il giusto valore, in un contesto di questo tipo, alla individualità come elemento di arricchimento finalizzato al comune obiettivo, credo sia comunque gratificante a livello individuale avere contribuito, o dato impulso, alla risoluzione di un problema.

Ho seguito per tre incontri un gruppo misto di quattro studenti di II Liceo ed uno di quattro studentesse di V Ginnasio. Ho notato maggiore disponibilità ed entusiasmo nelle ragazze più giovani e anche maggiore naturalezza nell'assimilare lo spirito di gruppo. Forse, provo a avanzare delle ipotesi, nei più giovani c'è meno reticenza a mettersi in discussione, perché è meno forte l'aspetto di salvaguardia (e difesa) della immagine di sé che si vuole trasmettere agli altri. O, forse, più si è grandi e più si vuole dimostrare che i nostri interessi sono altri. O forse, più semplicemente, andando avanti con gli anni si è più carichi di lavoro (quello di classe, dove alla fine prendi una sufficienza o una non sufficienza) per cui c'è poco tempo per altro. Comunque, al di là di queste divagazioni, credo che alla fine l'esperienza, magari in misura diversa, sia piaciuta a tutti.

Io ne ho tratto indicazioni preziose, anche su me stesso: governare le emozioni; cercare di essere naturale nel proprio ruolo; senza dover esibire spavalderia per essere credibili; facendo capire che anche chi insegna non ha in tasca la risoluzione dei problemi, che è importante il metodo con cui si affronta un problema.

Non vedo elementi significativi che a mio giudizio possano arricchire questa esperienza in modo sostanziale. La proposta mi è parsa equilibrata e ben articolata e credo che l'obiettivo di fare capire che la matematica è prima di tutto il piacere di "scoprire" sia stato colto, ma senza la ambiguità di facili traguardi.

Penso che, opportunamente calibrate, esperienze come questa, di stretto collegamento tra scuola e università potrebbero divenire elementi stabili e istituzionali nella scuola, con beneficio per tutti (ma credo che già, in questi anni, si siano fatti grossi passi in avanti in questa direzione).



### **Analisi dell'incontro "Giochi con le scelte "** (a cura dell'animatrice Prof.<sup>ssa</sup> Erika Fraccaro)

Esamino in dettaglio come si è svolto l'incontro, evidenziando in particolare le soluzioni dei giochi fornite dagli studenti dei due gruppi di cui sono stata animatrice.

Può essere opportuno osservare che il mio gruppo in II E era formato da quattro ragazze piuttosto "prevenute" nei confronti della matematica, mentre in V A era composto in modo equilibrato da ragazze e ragazzi dotati (specie questi ultimi) di una certa inclinazione per la materia.

Conviene tenere presente che l'incontro con le due classi si è svolto nella stessa giornata (prima in II E e poi in V A): ciò ha talora permesso degli aggiustamenti di prospettiva nell'incontro con gli studenti più giovani.

#### Gioco 0

**Compleanni** *Ognuno di voi pensi a 2 persone e scriva su un foglietto la loro data di nascita. Scommettiamo che tra tutte le persone elencate sui vostri foglietti almeno due compiono gli anni nello stesso giorno? Posso essere quasi certo di vincere/perdere la scommessa?*

Questo gioco è stato presentato dal docente responsabile a tutta la classe all'inizio dell'incontro.

In II E si è chiesto a tutti i ragazzi di scrivere due date di nascita su un foglietto, così come avevano fatto in precedenza animatori e docenti, arrivando così complessivamente a 60 date. Il docente responsabile ha quindi iniziato a leggere le date scritte da noi in modo da verificare se qualche studente avesse scritto la medesima data. Si è verificata quasi subito una corrispondenza.

I ragazzi sono stati invitati a riflettere sul perché si fosse verificata tale coincidenza e se si sarebbero dovuti aspettare un simile risultato ma la soluzione è stata fornita loro dal docente responsabile solo a fine incontro dopo che, cimentandosi nei giochi, avevano acquisito un po' di dimestichezza nel calcolo combinatorio.

Il gioco è stato presentato in maniera lievemente variata in VA, perché si è capito che la quasi certezza dell'esito finiva per togliere suspense al gioco: quindi gli studenti sono stati invitati a fornire ciascuno una sola data.

#### Gioco 1

Una scatola di latta contiene 100 caramelle. Di queste, 28 sono alla fragola, 20 alla menta, 12 al limone, 20 all'arancia, 10 al miele e 10 alla liquirizia. Se estraete le caramelle al buio, qual è il minimo numero di caramelle che vi basta estrarre per essere sicuri di averne almeno 15 allo stesso gusto?

Entrambi i gruppi hanno portato a termine il gioco abbastanza rapidamente; per comprendere meglio il testo hanno però sentito l'esigenza di porre alcune domande: in seguito alle spiegazioni ricevute hanno intuito che il problema si sarebbe potuto risolvere analizzando il caso peggiore. La soluzione trovata non si è discostata da quella proposta.

#### Gioco 2

*Desidero un gelato ai seguenti 4 gusti: panna, tartufo, caffè e malaga: in quanti modi diversi posso elencare i quattro gusti al gelataio?*

Gli studenti di entrambi i gruppi non avevano nozioni di combinatoria: quindi hanno, in un certo senso, dovuto inventarsi il concetto di fattoriale.

Nonostante la differenza d'età l'approccio è stato analogo: hanno fissato il primo gusto, ad esempio *panna*, e hanno rappresentato concretamente gli elenchi che si possono ottenere scambiando gli altri 3 gusti.

È opportuno osservare che inizialmente le rappresentazioni grafiche da loro proposte apparivano poco efficaci e molto disordinate, ma sono riusciti, in conclusione, ad ottenere uno schema simile a questo:

panna – tartufo – caffè – malaga  
panna – tartufo – malaga – caffè  
panna – caffè – tartufo – malaga  
panna – caffè – malaga – tartufo  
panna – malaga – caffè – tartufo  
panna – malaga – tartufo – caffè



A questo punto hanno contato il numero (sei) di elenchi ottenuti e hanno osservato che, dato che è possibile fissare il primo gusto in quattro modi diversi, i possibili elenchi sono  $6 \cdot 4 = 24$ .

In sostanza, prima di arrivare a ragionare in termini di scelte successive (cioè considerando che si potevano avere 4 scelte per il primo gusto e, fissato il primo, ne sarebbero rimaste 3 per il secondo poi 2 per il terzo col che anche l'ultimo sarebbe rimasto fissato) hanno avuto la necessità di schematizzare concretamente la situazione più elementare (e più facilmente gestibile) dei tre gusti.

Resta il dubbio che il risultato così conseguito abbia indotto nei ragazzi un metodo di approccio a problemi simili. Forse si sarebbe potuto verificare che la soluzione non fosse frutto solo di un'intuizione momentanea, e quindi incentivare gli studenti a cercare una formula risolutiva generale, riproponendo il gioco con un numero dei gusti superiore (anche solo di uno).

### Gioco 3

*Voglio essere certo di fare "13" al totocalcio: qual è il minimo numero di colonne che mi basta giocare? Se gioco tutte queste colonne, oltre al "13" realizzo anche dei "12"? Quanti?*

Questo gioco ha presentato molte difficoltà di comprensione: i ragazzi - e soprattutto le ragazze - non hanno familiarità con la locuzione "colonne da giocare".

La risoluzione della prima parte di questo esercizio ha richiesto molto tempo.

Nel gruppo di II E si sono manifestate difficoltà di interpretazione, di approccio e anche di soluzione spicciola nonché cali di concentrazione per il prolungandosi i tempi.

Il gruppo di V A è giunto alla conclusione corretta con minori difficoltà.

Dopo aver aiutato i gruppi nella comprensione del testo, ho lasciato che provassero ad organizzarsi da soli e a sperimentare qualche ragionamento.

Visto che non riuscivano a trovare una strategia risolutiva, ho suggerito di provare a ragionare su un numero minore di squadre.

Hanno quindi supposto che il campionato fosse costituito inizialmente da sole 3 squadre, aumentando poi il numero a 4 e a 5, giungendo così, per generalizzazione, alla soluzione.

Va segnalato l'errore (commesso nel gruppo di II E) di ritenere che, dato che ci sono 3 colonne per tredici squadre, il numero totale delle scelte dovesse essere  $13 \times 3$ : l'errore può essere ascritto ad una cattiva formalizzazione del problema (sommare invece di moltiplicare le scelte possibili).

Sarebbe forse stato possibile aiutare gli studenti a ottenere una corretta formalizzazione suggerendo di utilizzare un diagramma ad albero.

La seconda parte dell'esercizio è stata invece svolta con facilità dal gruppo di II E (in modo simile a quanto riportato nelle soluzioni proposte) mentre con il gruppo di V A è stato necessario il mio intervento per guidarli alla soluzione. È da osservare però che in V A mi ero dimenticata inizialmente questa seconda richiesta che ho recuperato al termine dell'esercizio 4-bis, quando ormai i ragazzi apparivano stanchi.

### Gioco 4

*Una gelateria vende gelati di nove gusti differenti. Un gruppo di ragazzi entra in negozio e ognuno compra un cono gelato da due gusti: nessuno di essi sceglie la stessa combinazione di gusti e nessuna combinazione di gusti viene scartata. Quanti sono i ragazzi?*

Benché l'esercizio abbia una complessità superiore rispetto agli altri, entrambi i gruppi lo hanno svolto in tempi relativamente brevi, dimostrando però di non aver colto l'analogia con l'esercizio 2 e di non aver quindi acquisito un metodo. Entrambi i gruppi hanno subito compreso che la vera richiesta del gioco è "in quanti modi si possono scegliere due gusti di gelato da 9 assegnati?" e hanno anche compreso che non è importante l'ordine in cui sono elencati i gusti nelle coppie.

Quindi, per giungere alla soluzione, hanno elencato le coppie non ordinate, fissando via via un gusto e accoppiandogli i gusti non già presi come primo gusto in precedenza. In questo modo, denotati per semplicità i gusti di gelato con le lettere dell'alfabeto dalla A alla I, hanno trovato 8 coppie che iniziano con la lettera A:

A – B          A – C          A – D          A – E          A – F          A – G          A – H          A – I

7 che iniziano con la lettera B e così via.

Gli studenti hanno osservato che ad ogni nuova lettera il numero di coppie possibili diminuiva di un'unità, fino alla lettera H che permette di formare una sola coppia, pervenendo così alla fine a contare  $8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 36$  modi di elencare coppie di gusti.



La V A non ha mostrato grosse difficoltà nella risoluzione del problema mentre la II E ha mostrato segni di stanchezza. Ho quindi deciso di provare a risolvere con la V A il 4-bis mentre con la II E siamo passati ai giochi 5 e 6.

Prima di affrontare la risoluzione del gioco 4-bis, ho deciso, viste le buone capacità intuitive del gruppo di V A, di aiutarli a formalizzare il loro processo risolutivo, cosa che poteva essere utile in vista della soluzione del gioco 4-bis e della spiegazione, a fine incontro, del gioco 0.

Ho quindi fatto osservare loro che il primo gusto può essere scelto in 9 modi diversi, ma, una volta fissato il primo, il secondo si può scegliere solo tra gli 8 rimanenti. In totale quindi, se distinguiamo le coppie per la posizione dei gusti, ci sono  $9 \times 8$  coppie di gusti ma, in realtà, in questo gioco non conta l'ordine dei gusti e quindi si deve dividere per il numero di modi in cui si possono presentare due gusti:  $9 \times 8 / 2 = 36$ .

#### Gioco 4-bis

*Come cambia la risposta, se supponete che ciascun ragazzo compri un cono a 3 gusti (oppure a 7 gusti) e, come prima, che nessuno di essi scelga la stessa combinazione di gusti e nessuna combinazione di gusti venga scartata?*

Questo esercizio si è rivelato molto complicato per il gruppo di V A, forse perché non avevano avuto il tempo di assimilare la spiegazione precedente e non avevano trovato uno strumento di conteggio efficiente come, ad esempio, un diagramma ad albero.

Hanno quindi innanzi tutto calcolato i modi di combinare i gusti tenendo fisso il primo e facendo variare gli altri, iterando il ragionamento già svolto nel caso dei due gusti. Denotando i gusti con le lettere dalla A alla I sia ha:

A – B – C	A – C – D	A – D – E
A – B – D	A – C – E	A – D – F
A – B – E	A – C – F	A – D – G
A – B – F	A – C – G	A – D – H
A – B – G	A – C – H	A – D – I
A – B – H	A – C – I	
A – B – I		

Hanno quindi trovato  $7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28$  possibili terne contenenti A.

Ripetendo il ragionamento hanno ottenuto

$6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$  possibili terne contenenti B e non A

$5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$  possibili terne contenenti C e non A e B.

$4 + 3 + 2 + 1 = 10$  possibili terne contenenti D e non A, B e C

$3 + 2 + 1 = 6$  possibili terne contenenti E e non A, B, C e D

$2 + 1 = 3$  possibili terne contenenti F e non A, B, C, D e E

1 terna contenente G, H, I

Sommando infine tutte le terne trovate, 84, hanno trovato il numero di modi di combinare i gusti 3 gusti scelti tra 9.

Anche in questo caso ho tentato di spiegare loro velocemente un metodo alternativo. I ragazzi mi hanno seguito finché si è trattato di capire come, generalizzando il ragionamento fatto con i 2 gusti, si trova che ci sono  $9 \times 8 \times 7$  modi di scegliere i 3 gusti tra 9 ma, pur avendo presente che in questo modo si considerano diversi gli insiemi in cui gli stessi gusti sono elencati in ordine diverso, non sono riusciti a comprendere come non contare le ripetizioni.

Ricordo che i due giochi che seguono sono stati proposti solo alla II E, avendo scelto di risolvere con la V A il gioco 4-bis e non avendo così esaurito il tempo.

#### Gioco 5

*Dieci ragazzi vogliono giocare a pallacanestro. In quanti modi diversi è possibile formare le due squadre (5 ragazzi ciascuna), tenendo conto che Matteo vuole giocare con Stefano e che Beppe non vuole giocare con Andrea? (Tutti i ragazzi hanno nomi diversi fra loro.)*

Il gruppo ha reagito molto bene alla proposta di questo gioco. Dopo qualche piccola incertezza sul testo, le ragazze hanno subito intuito che la condizione fondamentale, di cui tener conto per iniziare, era quella che



Andrea e Beppe non volessero giocare insieme: hanno quindi inserito in una squadra Andrea e nell'altra Beppe.

Tenendo quindi conto che Matteo e Stefano vogliono giocare insieme, hanno supposto in un primo momento che stessero nella squadra di Andrea.

Per conteggiare in quanti modi fosse possibile completare la prima squadra hanno a questo punto adottato la stessa ottica usata per calcolare il numero di gelati a due gusti che si possono formare con 9 gusti (in effetti il problema è lo stesso, a parte che il numero di giocatori tra cui scegliere è 6 e non 9). Hanno quindi trovato che è possibile avere  $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$  formazioni con Andrea Matteo e Stefano nella prima squadra. Osservando che lo stesso ragionamento si può compiere supponendo Matteo e Stefano in squadra con Beppe, hanno correttamente ottenuto 30 possibili formazioni.

### Gioco 6

*In un'urna vi sono 17 palline numerate da 1 a 17. Avete la possibilità di effettuare un'unica estrazione di un numero di palline a vostra scelta. Volendo essere certi che, fra le palline che estraete, ve ne siano almeno due la somma dei cui numeri sia 18, quante ne dovete estrarre?*

Anche questo esercizio è stato svolto con sufficiente facilità, anche se ha richiesto un mio intervento per chiarire il testo. Infatti il gruppo aveva capito di dover contare quante palline si dovevano estrarre per essere sicuri di avere come somma tra tutte almeno 18 e non che 18 doveva essere la somma di due sole palline estratte.

Hanno iniziato con l'osservare che le coppie che realizzano la condizione richiesta dal problema sono 8 e hanno quindi intuito che pescare solo 9 palline poteva non essere sufficiente, come prova l'estrazione dei primi 9 numeri. Pescarne 10 invece, è sicuramente sufficiente: infatti anche se uno dei numeri estratti fosse 9, tra i restanti nove ci sarebbero almeno due elementi appartenenti a ciascuna coppia tali che la somma sia 18.

Al termine dei lavori in gruppo il docente responsabile ha ripreso il gioco 0, fornendo la spiegazione della coincidenza delle date dei compleanni osservata prima. È stata adottata la spiegazione esposta nelle soluzioni, che però si è rivelata piuttosto difficile per i ragazzi, vuoi per l'articolazione del discorso, che richiede molti passaggi concatenati, vuoi per alcuni dettagli tecnici a loro poco familiari:

- il fatto che il prodotto di molti numeri assai prossimi a 1 ma inferiori a 1 possa diventare assai prossimo a zero (la cosa in qualche gruppo ha destato stupore)
- l'assunto (per loro tutt'altro che ovvio) che la probabilità si possa calcolare come rapporto tra il numero di casi favorevoli e il numero di quelli possibili.



## Traccia di relazione proposta ai ragazzi

### Laboratorio di Giochi Matematici Guida alla valutazione dell'esperienza

Guarda l'esperienza del Laboratorio di Giochi Matematici come se si trattasse di un "viaggio di istruzione": valutala stendendo una *breve relazione* (al massimo della lunghezza di una facciata di foglio protocollo), *focalizzata su almeno alcuni dei seguenti punti*:

- a) ritieni di aver imparato argomenti o metodi nuovi? Oppure è prevalente l'impressione di essere riuscita/o a utilizzare nozioni che già possedevi per raggiungere risultati talora inattesi?
- b) dal punto di vista della percezione che tu hai delle tue competenze (capacità di lavorare con gli altri, capacità di pensiero critico, capacità di organizzarti, capacità di gestire le informazioni, capacità di organizzare il tuo tempo anche extrascolastico), questo Laboratorio ti ha aiutato a rafforzarne alcune ovvero a svilupparne di nuove? O hai intravisto la necessità di procedere a rafforzarne qualcuna o hai solo provato un senso di inadeguatezza?
- c) dopo questa esperienza la tua percezione della matematica come disciplina è cambiata?
- d) in ultima analisi, consiglieresti, oppure no, ad un tuo amico di fare questo "viaggio di istruzione" e perché?

*Solo se hai partecipato con regolarità agli incontri presso il Dipartimento di Matematica (o ne avevi l'intenzione, magari frustrata da questioni accidentali) sviluppa anche i seguenti punti:*

- e) per te sarebbe stato meglio, peggio o indifferente che il Laboratorio pomeridiano venisse organizzato a scuola invece che in Università?
- f) quali sono state le motivazioni per un impegno ulteriore, fuori dall'orario scolastico?
- g) le tue aspettative sono state soddisfatte o deluse (e perché)?

Ti chiediamo la massima sincerità, poiché vogliamo capire in quale contesto e con quali modalità la ripetizione dell'esperienza può essere utile.

Grazie!





## Laboratorio di Giochi Matematici Valutazione dell'esperienza degli studenti di II E

### *Studente 1*

Credo che con questo Laboratorio sono riuscita ad utilizzare in modo diverso le nozioni che già possedevo e di aver imparato nello stesso momento nozioni nuove che servivano per risolvere alcuni problemi.

È stato interessante anche perché tutto ciò era unito alla collaborazione, alla discussione e allo scambio di idee con gli altri.

In questo modo si è visto che in realtà la matematica non è una materia "quadrata" scritta solo sui libri, ma che con essa anche le questioni o problemi quotidiani possono essere risolti.

È stata un'esperienza stimolante.

Per me sarebbe stato meglio se il Laboratorio pomeridiano fosse stato organizzato a scuola, per problemi di distanza.

La motivazione per un impegno ulteriore era il fatto che è interessante vedere la matematica da lati diversi. Tuttavia le mie aspettative sono state deluse per la mia mancata partecipazione (causa questioni accidentali ed imprevisti).

### *Studente 2*

Questo "viaggio di istruzione" è stato interessante e utile. È stato utile non per i miei studi futuri, ma per affinare le mie capacità logiche.

Durante questo percorso, con l'aiuto anche del docente, ho imparato molte cose che non conoscevo e, inoltre, ho imparato a ragionare meglio, con più attenzione e precisione.

Per quanto riguarda il metodo, è stato difficile trovarlo nel mio gruppo, però ci siamo riusciti.

Non ho utilizzato nozioni che già conoscevo, ma ne ho conosciute di nuove, anche se non fondamentali per me.

Questo Laboratorio ha rafforzato le mie conoscenze. Non c'è stato nessun senso di inadeguatezza, anzi è stato rafforzativo ed interessante.

Per me la matematica è rimasta sempre quella; vorrei che potesse essere cambiata in qualche cosa di più divertente, ma i programmi scolastici sono molto rigidi e noiosi. Però sono contenta che questo Laboratorio ha fatto sviluppare il mio sapere logico.

Io consiglierei questo Laboratorio. È divertente, simpatico, utile e realizzato da persone colte e simpatiche. È piacevole.

### *Studente 3*

Mi è piaciuta molto l'esperienza del Laboratorio di giochi matematici perché mi ha fatto riflettere sui metodi per risolvere qualcosa.

Non credo di avere imparato nuove cose, ma, principalmente, di essere riuscita ad utilizzare nozioni e metodi per la risoluzione di problemi che non credevo di possedere e che forse non utilizzavo spesso.

Non ho provato nessun senso di inadeguatezza, ma mi è piaciuto molto riflettere, lavorare con gli altri, criticare, gestire le informazioni e di organizzare tutti i passaggi della riflessione.

Non saprei dire se, dopo quest'esperienza, la mia percezione della matematica sia cambiata, ma mi sono resa conto che è una disciplina dove conta molto la riflessione, calma e la logica.

Sì lo consiglierei al 100% perché è stata un'esperienza che mi ha divertito, non c'è stata una lezione che mi abbia annoiata e poi io sono sempre stata abbastanza prevenuta sulle materie scientifiche, preferendo quelle umanistiche, ma ho capito che forse potrei essere portata in questo tipo di discipline più di quanto io creda.

### *Studente 4 (risponde solo alle domande, senza una vera relazione)*

Ritengo di aver imparato argomenti o metodi nuovi.

Questo Laboratorio mi ha aiutato a rafforzare alcune mie competenze

Dopo questa esperienza la mia percezione della matematica come disciplina non è cambiata

Consiglierei ad un amico questo "viaggio di istruzione" perché è interessante e può aiutare ad apprezzare la disciplina.



**Laboratorio di Giochi Matematici**  
Valutazione dell'esperienza degli studenti di V A

*Studente 1*

Affermare di aver imparato argomenti nuovi è forse un po' azzardato, soprattutto perché sono stati proposti giochi da cui difficilmente si possono trarre spiegazioni teoriche, dato che le attività da noi svolte richiedevano innanzitutto l'utilizzo dell'abilità logica piuttosto che una base ampia di conoscenze matematiche e geometriche.

Sicuramente, però, ho fatto tesoro di nuovi metodi, nuovi modi con cui affrontare i problemi (non solo matematici), la considerazione di punti di vista fino ad ora sconosciuti, la disponibilità ad accettare di poter essere in errore e soprattutto la certezza che tutto, o almeno molte cose, si possono dimostrare con una spiegazione razionale.

Inoltre è stata un'occasione piacevole e importante per mettere a fuoco e sviluppare alcune caratteristiche più o meno già facenti parte della mia personalità: ad esempio ho apprezzato particolarmente il lavoro e la collaborazione di un gruppo interessato, la possibilità di gestire il proprio spazio ed il proprio tempo in maniera autonoma, imparare a gestire e ad analizzare correttamente un testo ...

Avevo intuito che la matematica celasse qualcosa di misteriosamente affascinante, che non si limitasse a una serie di infinite ed apparentemente (ma solo apparentemente) inutili espressioni e strane forme sui fogli e non aspettavo altro che l'occasione per opportuna per scoprire qualcosa di più. Questo è stato un momento fondamentale per imparare che la matematica affina il ragionamento, allena ad affrontare situazioni con razionalità e si pone come una fonte di sicurezza, come un'arma per l'uomo su cui si può far sempre conto in caso di necessità, senza margine di interpretazione e ambiguità.

Se dovessi consigliare a qualcuno di intraprendere questa avventura lo esorterei senza dubbio a provare, come anche, se mi venisse riproposta, accetterei senza esitare, perché è stata un'esperienza unica.

Mi ha permesso di ampliare i miei orizzonti riguardo alla matematica, ma anche riguardo ad alcune impostazioni del modo di porsi di fronte ai discorsi delle persone, di fronte ai problemi, alle analisi da eseguire. Mi ha saputo stupire, meravigliare, mi sono divertita ed entusiasmata scoprendo le soluzioni e quindi, una volta giunti alla fine del problema, non solo si è gratificati dal risultato ottenuto, ma si rimane anche quasi increduli, affascinati dal fatto che la matematica possa serbare tante sorprese.

E poi, è un'ottima occasione per passare qualche ora piacevole con i compagni, gli amici, un'occasione per stare insieme e divertirsi, per rafforzare i rapporti e conoscersi meglio; ma questa non è un'esperienza come le altre, è un'impresa completamente nuova e originale a cui si ha il privilegio di partecipare poche volte nella vita. È un modo originale di stare insieme ed un'attività che richiede una forte e indispensabile collaborazione del gruppo; quindi, a mio parere, ne risulta che i partecipanti una volta terminata la loro esperienza condividono un sentimento, quasi un segreto che li avvicina e li lega gli uni agli altri.

Trovo che l'idea di organizzare un Laboratorio all'Università sia eccellente: permette di conoscere un ambiente nuovo, ancora sconosciuto ai ragazzi del liceo, ma che inevitabilmente li attira e li incuriosisce.

Costituisce inoltre un'ottima opportunità incominciare a sperimentare la gestione di un'autonomia pressoché totale, e non solo negli spostamenti, soprattutto in un ambiente, quello scolastico, dove un ragazzo è sempre stato abituato ad avere qualcuno che organizzasse e gestisse le giornate di lavoro, i compiti, gli "esami" al posto suo.

Mi è sembrato interessante partecipare al Laboratorio nell'orario extrascolastico perché già mi avevano incuriosito le attività svolte a scuola e perché ritenevo che sarebbe stata un'esperienza positiva e utile all'apprendimento di concetti e insegnamenti assolutamente diversi da quelli che siamo abituati a sentire di solito: non sono rimasta delusa.

*Studente 2*

Durante gli incontri sono riuscita ad utilizzare prevalentemente nozioni che già possedevo; talvolta però i docenti ci segnalavano metodi nuovi o più rapidi per risolvere gli esercizi.

Questo Laboratorio mi ha aiutato a rafforzare la capacità di lavorare con gli altri, che è stata per me un'esperienza quasi nuova, e quella di riuscire a gestire al meglio le informazioni ricevute, mettendole per iscritto e stendendo qualche volta una relazione di ogni singolo incontro; ho avuto inoltre la necessità di organizzare nel miglior modo possibile il mio tempo extrascolastico per riuscire, come desideravo, a partecipare a tutti gli incontri.

Grazie anche ai compagni, all'insegnante ed agli animatori mi sono trovata a mio agio, senza aver provato alcun senso di inadeguatezza o imbarazzo, ma anzi mi hanno aiutato ad accrescere la fiducia nelle mie capacità.



Dopo questa esperienza la mia percezione ed opinione della matematica non è cambiata, ma è stato certamente rafforzato qualche aspetto, come il divertimento ed il fatto che questa disciplina tenga continuamente attiva la mente.

Consiglierei, dunque, a tutti, anche a coloro che hanno dei pregiudizi nei confronti di questa materia, di partecipare al Laboratorio; potrebbe essere infatti un modo per ampliare i propri interessi.

Ammetto che per seguire tutto il progetto ci è voluto impegno e costanza, ma senza queste due componenti, d'altronde, nessuna attività può essere affrontata in tutta la sua completezza.

Sarebbe stato indifferente per me svolgere l'attività supplementare a scuola o all'Università, se non per la lontananza.

Il mio impegno ulteriore, fuori dall'orario scolastico, è stato dettato semplicemente dall'esperienza stessa fatta a scuola, la quale mi aveva interessato e attirato.

Le mie aspettative, infine, sono state decisamente soddisfatte poiché gli incontri all'Università si sono rivelati ugualmente se non più piacevoli e interessanti di quelli precedenti.

### *Studente 3*

Riconsiderando questa esperienza non ritengo di avere acquisito nuove conoscenze, bensì un nuovo metodo di agire all'interno della matematica, cioè il formulare ipotesi e non solo studiarla sui libri.

Il Laboratorio mi ha aiutato ad affinare la mia capacità di interagire con gli altri all'interno del gruppo, di formulare ipotesi, di vagliare attentamente ogni informazione fornitami e anche di organizzare il resto del tempo.

Sicuramente dopo questa costruttiva esperienza è cambiato in modo positivo il mio approccio con la matematica, in quanto non la vedo più solo come materia che si studia sui libri, ma come materia che permette anche di divertirsi.

Consiglierei questo "viaggio di istruzione" ad un amico perché apre nuovi orizzonti riguardo alla matematica considerata non come materia.

Per me è stato meglio che gli incontri supplementari si siano tenuti in Università, perché in questo modo ho avuto l'opportunità di conoscere l'ambiente dell'Università.

Non ho avuto particolari motivazioni se non il gusto di approfondire e conoscere una materia che non mi è congenita.

Le mie aspettative sono state soddisfatte perché temevo che questo corso sarebbe stato molto più noioso e per pochi eletti che amano la matematica e invece sono stato contraddetto.

### *Studente 4*

Ritengo di aver imparato metodi nuovi, perché ho avuto la possibilità di cimentarmi nella risoluzione di problemi in cui non mi ero mai imbattuto prima, per cui, per risolverli ho dovuto ragionare in maniera diversa, anche se a volte ho utilizzato nozioni che già possedevo.

Dopo questa esperienza la percezione della matematica come disciplina è cambiata, in quanto è stato dato più spazio alla logica piuttosto che al calcolo e questo mi ha portato ad intendere la matematica più come ragionamento che come espressioni e calcoli.

Consiglierei quindi ad un mio amico di fare questo "viaggio di istruzione" perché è interessante scoprire come anche una persona che non ha ottimi risultati in matematica può dire la sua ed aiutare il gruppo nella risoluzione dei problemi, in quanto conta di più la logica e perché è divertente scoprire la matematica come gioco piuttosto che come materia che si è obbligati a studiare.

Se il Laboratorio pomeridiano si fosse svolto a scuola, per me sarebbe stato meglio solo per una questione logistica (la mia casa è più vicina al Parini dell'Università).

La motivazione che mi ha indotto a proseguire l'esperienza iniziata a scuola oltre l'orario scolastico è stata l'interesse suscitato in me dall'attività svolta in classe e le mie aspettative sono state pienamente soddisfatte perché abbiamo avuto la possibilità di intendere la matematica in modo diverso dall'ordinario.

### *Studente 5*

Questa esperienza di Laboratorio di giochi matematici l'ho trovata molto interessante perché ho provato ad impegnarmi in ragionamenti, alcune volte molto difficili e lunghi, che mi hanno portato a trovare soluzioni che leggendo il testo del problema non avrei mai pensato di raggiungere.

Questa esperienza ha consolidato la mia idea di matematica come disciplina che usa molto la logica.

Consiglio ad altri di provare questo "viaggio di istruzione" poiché ti aiuta a ragionare, ma anche a capire i metodi di come risolvere problemi pratici che ti possono capitare.



Secondo me svolgere il corso di matematica all'Università può essere più scomodo che svolgerlo a scuola, però è più adeguato a livello di atmosfera, in quanto ti cala nell'ambiente universitario.

Le motivazioni a riguardo della mia scelta di partecipare al corso pomeridiano sono state guidate dal mio interesse per la matematica e dall'apprezzamento dei corsi a scuola. Anche a fine corso confermo l'apprezzamento e l'interesse.

#### *Studente 6*

In questa esperienza ho imparato a utilizzare la logica.

In questo Laboratorio non ho avuto bisogno di conoscenze matematiche, tranne che per alcuni esercizi che però stando solo in quinta non ho potuto svolgere.

Dopo questa ho capito che la matematica non è solo svolgere espressioni o problemi, ma anche aiuta nella risoluzione dei problemi quotidiani.

Consiglierei questa esperienza ad un amico perché è stato molto divertente ed utile.

Penso che è stato un bene organizzare il Laboratorio all'Università perché sono entrato in contatto con questo ambiente. Mi entusiasmava l'idea di andare all'Università e vedere questo posto e poi il corso a scuola mi era piaciuto, quindi ho trovato interessante continuare il corso fuori dall'orario scolastico.

Sono stato soddisfatto di questo corso, che è stato interessante ed anche utile, ricevendo un attestato.

#### *Studente 7*

Considerando questa esperienza, penso di aver acquisito nuove capacità e ho scoperto un modo di intendere la matematica nuovo.

Il Laboratorio mi ha aiutato a migliorare le mie capacità nel lavoro di gruppo e nell'organizzazione del lavoro.

Consiglierei questo viaggio di istruzione ad un amico perché dà una possibilità di scoprire la matematica come qualcosa di diverso rispetto a quella scolastica.

Mi hanno convinto i compagni a partecipare alla prosecuzione del Laboratorio, anche se la matematica non mi è facile. Sono rimasto molto soddisfatto da questa esperienza e la ripeterei volentieri.

#### *Studente 8*

Questa esperienza è stata per me del tutto nuova. Avevo partecipato ad iniziative, sempre in ambito scolastico, che richiedevano il ragionamento e l'elaborazione dei dati, ma non in modo così specifico e così attento.

Ritengo che questo Laboratorio mi abbia in un certo senso aiutata a rafforzare alcune capacità che possedevo. Mi è stata utile ad ampliare il mio senso critico: infatti soluzioni che in un primo momento potevano sembrare ovvie e banali si sono verificate esattamente il contrario; questo ampliarsi del senso critico però è avvenuto solo negli ultimi incontri.

Consiglierei senza dubbio questa esperienza ad un mio amico perché ti offre la possibilità di sviluppare diverse capacità e di avere una visione più ampia di una disciplina.

Ero intenzionata a proseguire questa attività prevalentemente per la curiosità. Purtroppo non ho potuto partecipare agli incontri, a causa di vari impegni ed imprevisti, ad eccezione dell'ultimo. Anche se non ho avuto una visione completa del progetto svolto in Dipartimento, ho molto apprezzato l'attività svolta.

Inoltre credo che la scelta dell'aver organizzato il Laboratorio in Università mi abbia ulteriormente stimolata perché è stato un modo per evadere dall'ambiente scolastico dove magari mi sentivo più in soggezione.

#### *Studente 9*

Partecipando a questa iniziativa ho sicuramente appreso nuovi tipi di metodi che hanno facilitato l'apprendimento dei vari argomenti e il procedimento di risoluzione dei vari quesiti, soprattutto perché prima non ne possedevo uno che aiutasse, in modo veloce e rapido, a capire il testo dei problemi.

Prima di tutto ho scoperto di trovarmi molto bene a lavorare e a confrontarmi con gli altri, anche nell'ambito matematico, ed infatti erano principalmente i miei compagni di gruppo che mi spiegavano in maniera veloce e sistematica alcuni punti dei quesiti che magari non avevo capito bene.

Ho anche imparato meglio a gestire il tempo a disposizione, riuscendo a trovare la risoluzione dei vari problemi in poco tempo, ma comunque sempre procedendo con accuratezza e attenzione.

La matematica non è mai stata una delle mie materie preferite, ma da un anno a questa parte, grazie soprattutto al fatto di avere un'ottima insegnante, sono migliorata molto in questa materia, arrivando a



preferirla a tutte le altre; adesso, dopo aver partecipato a questo Laboratorio, ho affinato anche l'utilizzo della logica per i vari problemi.

Dunque, in conclusione, consiglierei senza ombra di dubbio ad un'altra persona di partecipare a questa iniziativa che è un'occasione per relazionarsi con gli altri, per capire in maniera originale e divertente i segreti della matematica e per dimostrare le proprie capacità logiche

#### *Studente 10*

Ammetto che guardare l'esperienza del Laboratorio di Matematica come un viaggio d'istruzione è oltre che interessante molto utile: infatti come qualsiasi viaggio aveva un punto di partenza (in questo caso specifico stabilito dalle mie competenze in materia), un itinerario a tappe (ogni incontro era una tappa distinta) ed una meta, con la speranza di qualche acquisizione positiva.

Ritengo che le tappe, nelle diverse circostanze logiche proposte, mi abbiano ampliato le conoscenze nonché la visione generale della matematica come disciplina.

Come ogni viaggio ha avuto anche qualche imprevisto: l'organizzazione del tempo extrascolastico, per esempio e il conciliarlo con lo studio quotidiano.

Ma del resto ha portato divertimento durante il lavoro di gruppo e mi ha aiutato ad accrescere la fiducia in me stessa e nelle mie capacità.

Pertanto è stato sicuramente un percorso utile e sono contenta di averlo seguito anche se purtroppo solo in modo parziale e consiglio a tutti coloro che si sono arresi di fronte a questa materia "maledetta" di intraprenderla con la speranza che anche per loro costituisca un appoggio ed una motivazione ad ampliare i propri interessi, ad uccidere per sempre i pregiudizi che si sentono nei confronti della matematica e a dare il massimo sempre, anche se sembra difficile o peggio, impossibile.

#### *Studente 11*

Con l'esperienza avuta dal Laboratorio di giochi matematici credo di essere riuscita ad utilizzare quelle nozioni di matematica apprese a scuola per risolvere i "giochi" proposti.

È stata un'esperienza interessante dal momento che non credevo di essere pienamente in grado di risolvere quel tipo di quesiti; mi ha aiutato molto il fatto di lavorare in un gruppo e quindi di confrontarmi con gli altri.

Il Laboratorio, sinceramente, non credo che mi abbia aiutata a migliorare le mie competenze, però mi ha insegnato a trascrivere tutti i passaggi fatti per arrivare alle conclusioni evitando di trovarsi al punto di non ricordarsi più le proprie considerazioni e quindi a perdere di vista il problema.

Il tipo di matematica che è stata fatta con i docenti universitari non ha niente a che fare con quella che trattiamo in classe, quindi, sì, mi ha cambiato la percezione in modo da farmi capire che la matematica non è solo equazioni.

Io consiglierei questo Laboratorio solo a persone che non odino la matematica perché se uno non avesse un minimo di interesse questo potrebbe diventare noioso e non porterebbe a niente.

#### *Studente 12*

Partecipando a questa esperienza ho appreso metodi nuovi di lavoro, grazie ai progetti interessanti che mi sono stati proposti

Ho iniziato a fare matematica, lavorando non da solo ma mettendo le mie idee al servizio di tutti.

Sono migliorato in tutti i campi, da quello logico a quello organizzativo.

La matematica mi è sempre piaciuta e dopo questa esperienza ancora di più.

Consiglierei sicuramente ad un amico di partecipare a questa esperienza poiché è un "viaggio" che ti aiuta a conoscere meglio la matematica. Conosco persone che non la capivano prima di questa esperienza: ora invece sono interessate e affascinate da questa disciplina.

#### *Studente 13*

Per me sarebbe stato meglio se gli incontri si fossero svolti a scuola perché l'Università è molto lontana dalla mia zona di residenza quindi per andare e tornare avrei impiegato all'incirca un'ora. Se invece l'incontro fosse avvenuto a scuola, vicino alla mia zona di residenza, per andare e tornare avrei impiegato poco più di un quarto d'ora e probabilmente avrei potuto partecipare agli incontri supplementari.

Se avessi preso parte alle lezioni supplementari l'avrei fatto perché mi piace mettermi alla prova e confrontarmi con gli altri.