



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO  
DIPARTIMENTO DI MATEMATICA "F. ENRIQUES"

Progetto Lauree Scientifiche

Unità operativa di Milano Città Studi

**Laboratorio di Giochi Matematici**

(responsabile Prof. Stefania De Stefano)

**Incontri presso il  
Dipartimento di Matematica "F. Enriques"**

**3. Tracce per gli animatori del Laboratorio  
e commenti a posteriori**



## Commenti all'Incontro N° 1

### *Indicazioni agli animatori*

Si vogliono riprendere i giochi rimasti in sospeso nell'ultimo incontro a scuola, nonché alcuni "Giochi con le scelte", che non sono stati affrontati nel secondo incontro a scuola (ad es. quesiti da 5 a 7 e gioco di complemento 2) e che costituiscono l'effettivo elemento di novità (e di disturbo) rispetto al programma scolastico ordinario <sup>(1)</sup>.

Si intende inoltre migliorare le capacità di esporre dei ragazzi che parteciperanno a questo approfondimento.

Gli animatori dovranno cercare di far prendere nota delle procedure di soluzione con la chiarezza necessaria a renderle comprensibili ai restanti gruppi.

Saranno introdotti momenti di comunicazione a gruppi riuniti, alcune volte nella fase di comprensione del problema (ad esempio nel gioco delle tre carte), altre nella fase di esposizione dei risultati ottenuti (cosa utile per i giochi delle schede A e B).

Per questo incontro verrà sperimentata la seguente strategia: chiedere ai ragazzi del gruppo che perviene per primo alla soluzione corretta di un problema di fare una breve relazione su un lucido (uso poster) e di esporre successivamente la soluzione alla lavagna luminosa.

Questo dovrebbe permettere di evitare di scrivere direttamente alla lavagna (salterebbero molti passaggi) e di focalizzare le cattive espressioni: tutti vedono bene e possono porre domande (inoltre intanto che loro scrivono, gli altri hanno ancora tempo per pensare).

Alla fine i lucidi si possono fotocopiare e dare a casa per una rielaborazione.

Come sempre, non è importante quanti giochi riescono ad affrontare, ma che tutti nel gruppo arrivino a fare proprie le soluzioni.

### *Consigli*

Nel gioco 1 il risultato può essere trovato con molta più di fatica utilizzando un metodo di "forza bruta", cioè facendo la lista dei possibili numeri di telefono: il problema diventa in tal caso quello di *organizzare l'elenco in modo da essere sicuri di non escludere qualche numero o ripetere qualche altro*.

La seconda spiegazione data nelle soluzioni suggerisce di fare la lista delle coppie non ordinate da scartare (più facilmente gestibili degli insiemi di 7 elementi!) e utilizzare le cifre differenti da esse.

Il gioco 3 (tratte ferroviarie) è estremamente legato all'esercizio sul numero delle diagonali e lati dell'esagono, quindi vanno affrontati insieme.

---

<sup>(1)</sup> Per questo incontro erano in realtà state predisposte tre schede: 9 dei quesiti in esse contenuti non sono però stati affrontati per motivi di tempo. Otto di essi sono stati riproposti nel quarto incontro (con i numeri 1 – 6, 11, 12).



### *Commento a posteriori*

Data 9/3/2006. Durata dell'incontro 3 ore. Presenti 11 studenti (tre di II E ed otto di V A), poco più della metà di quanti avevano mostrato interesse a proseguire l'esperienza, non sempre i più dotati: ciò ha imposto di rivedere un po' i nostri programmi.

Anche se sono stati affrontati solo 6 giochi, i "grandi" hanno dichiarato di sentire l'esigenza di più tempo sia per affrontare i problemi individualmente, sia per discutere in gruppo, sia per rielaborare, mentre i "piccoli" si sono detti soddisfatti della tempistica o al più avrebbero voluto più tempo per la discussione in gruppo.

Il gioco di Achille e la Tartaruga come quello delle tre carte sono stati spiegati nei dettagli dal docente che guidava l'incontro: i partecipanti ne hanno avvertito il fascino, ma quasi tutti avrebbero voluto più tempo per appropriarsi delle argomentazioni (è ovvio: non avevano potuto partecipare alla ricerca del modello; quello proposto era loro estraneo).

Questo sembra indicare che (anche per i successivi incontri) sia sconsigliabile l'intervento frontale e più proficua l'impostazione laboratoriale.

Degli altri giochi sono stati ritenuti più difficili, soprattutto nella fase di organizzazione e modellizzazione, il gioco del numero di cellulare e quello delle tratte ferroviarie, mentre quello sulle diagonali dell'esagono è stato metabolizzato più facilmente (il modello in questo caso è esplicito e, in un certo senso, basta contare).

Nel dettaglio, per quanto riguarda comprensione, capacità di organizzarsi, di modellizzare, di motivare le proprie conclusioni e di annotare i procedimenti seguiti per pervenire al risultato, gli studenti più giovani denunciano difficoltà lievemente maggiori, tranne forse che nel caso del gioco delle tre carte.

Non è stato facile ottenere la collaborazione per quanto riguarda l'annotazione e l'esposizione dei risultati, anche se quasi tutti dichiarano di ritenere utile il momento di confronto con gli altri gruppi, per focalizzare le cose solo parzialmente comprese e migliorare il proprio modo di presentare i risultati.



## Commenti all'Incontro N° 2

### *Indicazioni agli animatori*

L'incontro è dedicato a "Giochi Geometrici". Anche se cambia completamente tipo di giochi, l'approccio deve restare lo stesso. Quindi è fondamentale che gli animatori

- a) stimolino senza dare le soluzioni
- b) obblighino il gruppo a stendere subito una relazione su ogni gioco fatto
- c) approfittino dell'occasione per far venir fuori tutte le cose poco chiare.

Non sarà fondamentale svolgere tutti i giochi.

Si può scegliere da quali cominciare (anche se l'ordine proposto sembra ragionevole, poiché mette prima le cose in cui serve meno l'intuizione geniale, quelle in cui si può dare una spinta senza risolvere il problema).

Non si deve permettere che lascino un gioco a metà adducendo la scusa che tanto l'hanno già risolto gli altri.

Si propone un'interruzione dopo un'ora e mezza per vedere come vanno le cose e decidere se vale la pena di far comunicare i gruppi.

Per evitare dispersione e comportamenti anarchici, favoriti dall'essere fuori dall'ambiente istituzionale, si distribuiranno le schede di gradimento alla fine dell'incontro (servono come documento di presenza; chi va via prima è come se non fosse venuto) e si chiederà di compilarle subito: quindi sarà opportuno interrompere ogni attività almeno 5 minuti prima della fine dell'incontro.

### *Consigli*

Per il gioco 2 (la formica) può essere utile far realizzare un modello con un foglio a quadretti.

Per il 3 (il barcaiolo) si potrebbe cercare di far capire come vanno le cose con una scatolina tirata da un cordino: ma ci vuole precisione nella misura (eventualmente dipingere tratti di cordino) e nella riproduzione della situazione, per cui meglio soprassedere.

Per gli altri giochi dovrebbero bastare carta e penna: in particolare la soluzione del 5 (il pesce) si intuisce meglio con un disegno accurato che con la riproduzione della figura con fiammiferi.

### *Commento a posteriori*

Data 17/3/2006. Durata dell'incontro 3 ore. Presenti solo 7 studenti per motivi contingenti.

Si è cercato di formare un gruppo misto (due ragazze di II Liceo e due ragazzi di V Ginnasio), ma di fatto i due sottogruppi non si sono fusi. I due piccoli, pur essendo piuttosto creativi, si sono un po' bloccati nel momento in cui sono stati costretti a lavorare con i grandi e hanno perso entusiasmo.

Si è scelto di non far confrontare i gruppi tra loro, poiché i tempi di risoluzione sono stati molto diversi. Il gruppo misto ha incontrato maggiori difficoltà soprattutto nella fase di motivazione delle soluzioni (forse anche per l'animatore è stato più difficile rapportarsi ad esigenze diverse) e ha affrontato solo una parte dei quesiti (il barcaiolo, l'esagono, il pesce e i nove punti).

Quasi tutti i partecipanti si sono dimostrati più sensibili al cercare strategie di soluzione piuttosto che alla loro formalizzazione: il compito di rielaborare viene vissuto come una fase superflua da demandare a qualche compagna/o diligente e docile.

### *Indicazioni per il seguito*

Mescolare studenti di provenienza diversa non è produttivo, almeno se manca un lavoro preparatorio; meglio eventualmente formare gruppi di soli due elementi.



## Commenti all'Incontro N° 3

### Indicazioni agli animatori

L'incontro è dedicato a "Giochi ... pratici", cioè quei giochi classici, basati sostanzialmente sul buon senso, che però può essere aiutato da un'adeguata modellizzazione: si vedano le soluzioni.

Si dovrebbe provare a disincentivare il "mordi e fuggi", "quanti più ne facciamo tanto più ci divertiamo", che la volta scorsa è stata l'atteggiamento prevalente in almeno un gruppo.

Si propongono quindi delle soste di meditazione volte

- a far formalizzare (come sempre) i risultati conseguiti con brevi relazioni, contenenti le spiegazioni
- a far cercare qualche legame tra i vari giochi all'interno di ogni gruppo, chiedendo poi di raccontare agli altri le loro impressioni (Sotto quale cappello mettereste i giochi svolti oggi?)
- eventualmente a cercare legami tra questi giochi e quelli delle volte precedenti (mi piacerebbe che emergesse la necessità di individuare modelli e l'evidenza di come modelli più o meno generali hanno differenti validità: i primi ci fanno cogliere analogie tra giochi diversi, ma bisogna innanzitutto che io sappia astrarre dalle situazioni contingenti le analogie, i secondi permettono spesso una maggiore aderenza alla situazione reale)

### Sotto quale cappello mettereste i giochi proposti per oggi?

Provate a pensarci anche voi animatori!

Per chi li ha raccolti sono tutti – o quasi – giochi "di misura" anche se con caratteristiche diverse:

1. (pic-nic) è un gioco di modellizzazione (ovvia quella attraverso equazioni diofantee ma si possono anche fare dei tentativi, partire dall'ipotesi che c'è almeno 1 uomo, 1 donna e 1 bambino e chiedersi come è possibile distribuire i restanti 30 kg tra 17 persone; donne e bambini devono avere la stessa parità ...) che chiede di leggere un dato di partenza sui suoi esiti
2. (orologio) è un gioco di osservazione (ricerca del caso peggiore) che chiede di capire gli esiti possibili
3. (miccia) è un gioco di strategia (basato sulle frazioni) che chiede solo "come fare"
4. (travaso 1) è un gioco di strategia (modellizzazione: partizioni di 8 aventi sempre un segmento comune) che chiede "come fare in un numero di mosse ridotte"
5. (travaso 2) è un gioco di modellizzazione (basato sulle proporzioni) che chiede di leggere vari dati di partenza sugli esiti relativi
6. (bilancia) è un gioco di osservazione e successiva modellizzazione (serie geometrica) che si presta a soluzioni parziali e discussioni (si consiglia di partire da 2 o 3 pesi ...)
7. (date 1) gioco di osservazione (basato sull'aritmetica modulare)
8. (date 2) gioco di osservazione (basato sull'aritmetica modulare)

L'unico che sfugge alla classificazione è il gioco 9 (logica).

### Commento a posteriori

Data 31/3/2006. Durata dell'incontro 3 ore. Presenti solo 7 studenti di V A per motivi contingenti (compito di Fisica in II E: tre studentesse hanno mandato una lettera di rincrescimento e scuse).

Un gruppo ha esaminato tutti i quesiti proposti, l'altro solo i primi 6.

Tutti dichiarano di non incontrare grandi difficoltà ma si è evidenziato come di fronte a temi non palesemente matematici si ha un regresso nei metodi risolutivi: si cerca di arrivare alle soluzioni per tentativi, non formalizzando o modellizzando, neppure dove ciò rende la soluzione più semplice. I giochi sui travasi hanno riscosso solo un gradimento medio e quello sulla *bilancia* è stato da qualcuno giudicato al di là delle proprie capacità: forse sarebbe stato utile *stimolare a costruire un modello concreto* (dopo aver richiamato come funziona la bilancia a due piatti).

È mancata la fase di confronto tra gruppi.



## Commenti all'Incontro N° 4

### *Indicazioni agli animatori*

In quest'ultimo incontro si riprendono i quesiti non affrontati nel primo incontro in Dipartimento. Almeno alcuni riguardano la combinatoria e richiedono maggiore formalizzazione (e fatica) rispetto a quelli visti nell'incontro N° 3.

Sono molti: come sempre si tratta di scegliere quelli più adeguati al gruppo, lasciando gli altri quesiti "come esercizio".

I primi 6 quesiti sono quelli ritenuti più interessanti, ma alla fine di ciascun blocco di quesiti se ne individua la tipologia (ad es. giochi di strategia) e vengono fatti rimandi a quelli tra i successivi 6 che possono meglio legarsi a quella tipologia (in modo che possano essere ripresi perché piacciono o è necessario un approfondimento).

### *Consigli*

Gioco 6 (somme delle permutazioni delle cifre del numero 1234567): stimolare a modellizzare il problema su casi più elementari.

### *Commento a posteriori*

Data 7/4/2006. Durata dell'incontro 3 ore. Presenti 11 studenti di cui 2 di II E.

I ragazzi hanno lavorato in modo abbastanza indipendente, ma questo ha favorito la dispersione e la tendenza al mordi e fuggi.

Non sono state fatte rilevazioni di gradimento, rimandandole alle rilevazioni complessive finali.