



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO
DIPARTIMENTO DI MATEMATICA "F. ENRIQUES"

Progetto Lauree Scientifiche

Unità operativa di Milano Città Studi

Laboratorio di Giochi Matematici

(responsabile Prof. Stefania De Stefano)

Incontri presso il
Dipartimento di Matematica "F. Enriques"

2. Schede di lavoro per gli studenti



Laboratorio di Giochi Matematici (Incontro N° 1 - data 9/3/06)

Preliminari

1. Il gioco delle tre carte

Il gioco delle tre carte consiste nell'indovinare quale sia, fra tre carte coperte, una carta prefissata. Una volta che lo scommettitore ha puntato su una delle tre carte, il banditore (che conosce quale sia la carta da indovinare) scopre, fra le due rimaste, quella, o una di quelle, che non è la carta prefissata, consentendo poi allo scommettitore di modificare la sua scelta, qualora lo desideri. Qual è la strategia più vantaggiosa per lo scommettitore?

Dobbiamo ancora dare qualche spiegazione sui giochi di cui abbiamo parlato in classe....

2. **Achille e La Tartaruga.** Il pie' veloce Achille e un suo schiavo sofista soprannominato (chissà perché!) la Tartaruga si sfidano ad una gara di corsa sulla lunghezza di 2km. Achille gli dà 1 km di vantaggio, ma la Tartaruga lo avvisa: "Guarda che così vinco io. Infatti, anche se tu corri 2 volte più veloce di me, intanto che tu raggiungi la mia posizione di partenza io mi sono allontanato di 1/2 km, e così via: ogni volta tu riduci di metà la distanza da me, ma non mi puoi raggiungere."
Vero o falso? Spiegate come supportereste o controbattereste la tesi della Tartaruga.

3. Supponete, per comodità, che una moneta da 2 euro pesi 10 grammi. Avete davanti a voi 10 sacchetti di monete da due euro: ciascuno contiene dieci monete e proviene da un paese di Eurolandia diverso da quello da cui provengono tutti gli altri. Vi hanno detto che uno dei sacchetti – ma non sapete quale – contiene in realtà 10 monete false, ciascuna delle quali pesa 9,9 grammi invece di 10. Come potete riconoscere il sacchetto di monete false, se avete a disposizione una bilancia elettronica con sensibilità fino ai decigrammi, **ma potete fare una sola pesata** (anche nel senso che non potete aggiungere o togliere sacchetti o monete dal piatto)?



Incontro N° 1 (parte A: effettivamente svolti)

1. Ho dimenticato il numero di cellulare di un amico. Ricordo che è un numero di 7 cifre, che nessuna è 0 e che ogni cifra (tranne l'ultima a destra) è maggiore quella che si trova alla sua destra. Quanti tentativi saranno necessari al massimo per parlare con il mio amico?
2. Considerate un esagono regolare P . Quanti sono complessivamente i suoi lati e le sue diagonali?
3. Una compagnia ferroviaria gestisce una linea con m stazioni. Ne fa poi costruire altre n (con $n > 1$). Sapendo che per ogni nuova tratta viene stampato un nuovo tipo di biglietto e che in totale vengono stampati 46 nuovi biglietti, determinare m e n .

Incontro N° 1 (parte B)

4. In un'area pedonale alcune lastre di pietra sono poste in modo da formare un quadrato Q di lato 3 metri. Due ragazzi giocano a tirare sassolini al suo interno: 37 sassolini cadono in Q e di essi 5 cadono in un quadrato di lato un metro. È un caso o di 37 sassolini caduti in Q almeno 5 cadono sempre in un quadrato di lato 1 e perché?

Nota.

Per questo incontro erano in realtà state predisposte tre schede: la seconda (A) e la terza (B) contenevano ciascuna altri 4 quesiti che non si sono potuti affrontare per motivi di tempo (come anche il quesito 4 sopra riportato).

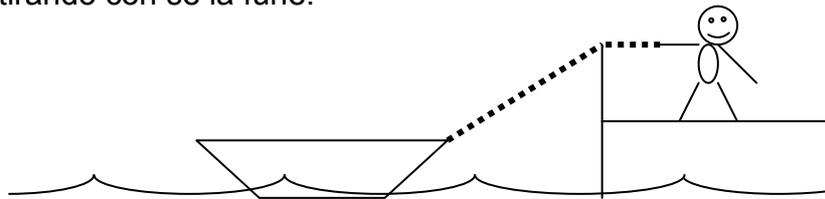
Alcuni di essi erano già contenuti nella scheda contenente i **Giochi con le scelte** (secondo incontro in classe, quesiti 5 – 7 e gioco di complemento 2)

Tutti e otto sono stati riproposti nel quarto incontro (quesiti 1 – 6, 11 – 12) per cui non vengono qui trascritti.



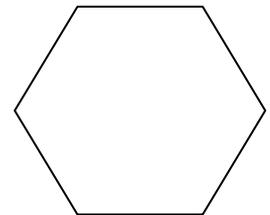
Laboratorio di Giochi Matematici (Incontro N° 2 - data 17/3/06)

1. Supponete di avvolgere (una volta) attorno alla Terra un filo perfettamente adagiato sull'equatore. Allungate il filo di un metro e sollevatelo uniformemente lungo l'equatore. L'altezza raggiunta dal filo sulla superficie terrestre è maggiore o minore di dieci centimetri? (supponete la superficie terrestre perfettamente sferica).
2. All'interno di una scatola cubica di cartone, in uno dei vertici, è posta una briciola di pane; all'esterno della scatola, nel vertice opposto al precedente, si trova una formica. La scatola ha spigolo di lunghezza 30 cm, e la sua unica apertura è un foro quadrato, di lato 10 cm, praticato al centro di una delle facce laterali. Qual è la lunghezza del più breve percorso possibile con cui la formica può raggiungere la briciola, assumendo che le pareti della scatola siano di spessore trascurabile?
3. Osservate la figura: stando su un pontile alto sull'acqua che termina con una ringhiera, un uomo tiene tesa una fune a cui è legata una barca. L'uomo arretra di un metro verso terra tirando con sé la fune.

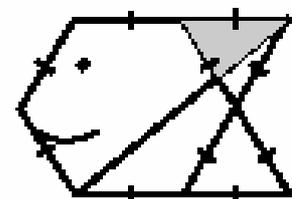


La barca si avvicina al pontile di più di un metro? di esattamente un metro? di meno di un metro?

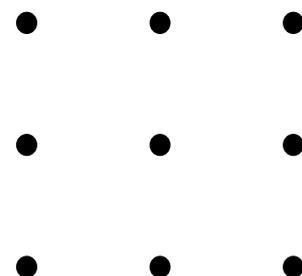
4. In figura vedete un esagono regolare. Potete suddividerlo in 8 parti di ugual forma e dimensioni? In caso di risposta negativa dovete motivarla, in caso di risposta affermativa, illustrate direttamente sulla figura la suddivisione che proponete.



5. 10 fiammiferi di uguale lunghezza sono disposti un modo da rappresentare un pesce, come indicato nella figura. L'area della regione occupata dal pesce vale 24. Quanto vale l'area del triangolo ombreggiato, delimitato utilizzando il segmento tracciato in figura fra due dei "vertici" del pesce?



6. **I nove punti** rappresentati in figura sono distribuiti nei nodi di un reticolo quadrato 3×3 . Sapete congiungerli (senza staccare la matita dal foglio e senza percorrere due volte lo stesso tratto) con una spezzata che comprenda il minor numero di segmenti?





Laboratorio di Giochi Matematici (Incontro N° 3 - data 31/3/06)

1. Una comitiva di 20 persone – in cui ci sono uomini, donne e bambini - parte per una passeggiata. Dovendo trasportare cibarie, indumenti ed attrezzature per il picnic, per un totale di 40 kg, viene deciso che ogni uomo porterà uno zaino da esattamente 6 kg, ogni donna uno zaino da esattamente 3 kg ed ogni bambino uno zaino da esattamente 1 kg. Come è composta la comitiva?
2. L'orologio di un campanile batte allo scoccare di ogni ora un numero di rintocchi corrispondente al valore numerico dell'ora stessa (da 1 a 12), e batte un solo rintocco allo scoccare di ogni quarto d'ora, di ogni mezz'ora, e di ogni tre quarti d'ora. Si sente suonare un rintocco. Quanto tempo occorre aspettare al massimo per sapere che ore sono (basandosi unicamente sul numero dei rintocchi uditi)?
3. Avete due micce, identiche fra loro, ognuna delle quali brucia in un'ora esatta. Come potete farle bruciare in modo da misurare 45 minuti di tempo se avete a disposizione un solo fiammifero e le micce non possono essere tagliate?
4. Avete una tanica piena d'acqua: in tutto sono 8 litri che volete dividere esattamente a metà, ma avete a disposizione solo una tanica da 5 litri ed una da 3. Qual è il minimo numero di travasi da fare?
5. Un allevatore si accorge di avere munto del latte molto denso e decide così di annacquarelo. Avendo a disposizione due bidoni, uno contenente il latte fresco, l'altro contenente acqua pura, procede nel seguente modo.
 - 1) Travasa dal bidone A al bidone B tanto liquido da raddoppiare il volume del liquido contenuto in B.
 - 2) Poi travasa da B in A in modo da raddoppiare il volume del liquido ora contenuto in A.
 - 3) Infine versa ancora il liquido da A a B raddoppiando il volume del liquido al momento contenuto in B.Ora i due bidoni contengono la stessa quantità di liquido e in B l'acqua è 1 litro in più del latte.
Non vi è stato detto se il latte fosse inizialmente in A oppure in B: potete ugualmente stabilire quanta acqua e quanto latte si avevano inizialmente e in che quantità i due liquidi sono presenti nei due bidoni alla fine? (Supponete che i liquidi si mescolino sempre perfettamente.)
6. Avendo a disposizione una bilancia a due piatti e cinque pesi da 1, 3, 9, 27 e 81 grammi, quanti pesi diversi si possono misurare?



Altri quesiti

7. In uno stesso mese tre domeniche sono cadute in giorni pari. Quale giorno della settimana era il 20 di quel mese?
8. Nel mese di dicembre di un certo anno vi furono esattamente quattro domeniche e quattro mercoledì. In quale giorno della settimana cadde il 3 febbraio dell'anno successivo?
9. Alla fine di un torneo di pallavolo con un solo girone all'italiana (dove ogni squadra incontra una sola volta tutte le altre), esiste sempre almeno una squadra A che negli incontri con ogni altra squadra B o ha vinto o ha battuto una squadra che ha battuto B? Motivate la risposta. (N.B. nella pallavolo nessuna partita si conclude in parità).



Laboratorio di Giochi Matematici (Incontro N° 4 - data 7/4/06)

1. Considerate un esagono regolare P . Nel primo incontro avete trovato che il numero di segmenti che uniscono a due a due i vertici di P sono 15.
 - a) Quanti sono i triangoli i cui vertici sono vertici di P (e i cui lati sono lati o diagonali di P)?
 - b) Se avete a disposizione due colori (rosso e blu) per colorare i lati e le diagonali di P (i vertici possono essere soggetti a doppia colorazione), in quanti modi diversi potete colorare i lati e le diagonali di P ? (pensate l'esagono fisso).
 - c) Considerate ora tutti i possibili triangoli i cui vertici sono vertici di P : c'è una colorazione che eviti i triangoli monocromatici?

Altri giochi in cui contare elementi di una figura geometrica si trovano ai numeri 11, 12

2. Dieci ragazzi vogliono giocare a pallacanestro. In quanti modi diversi è possibile formare le due squadre (5 ragazzi ciascuna), tenendo conto che Matteo vuole giocare con Stefano e che Beppe non vuole giocare con Andrea? (Tutti i ragazzi hanno nomi diversi fra loro.)
3. In un'urna vi sono 17 palline numerate da 1 a 17. Avete la possibilità di effettuare un'unica estrazione di un numero di palline a vostra scelta. Volendo essere certi che, fra le palline che estraete, ve ne siano almeno due la somma dei cui numeri sia 18, quante ne dovete estrarre?
4. Maria ha 6 cartoncini di colore diverso, su ciascuno dei quali è segnato un numero naturale. Sceglie tre cartoncini e calcola la somma dei numeri corrispondenti. Dopo aver fatto questa operazione in tutti i 20 modi possibili, scopre che in 10 casi ha ottenuto 16, e negli altri ha ottenuto 18. Quanto vale il più piccolo dei numeri segnati sui cartoncini?

Altri giochi di strategia si trovano ai numeri 7, 8, 9, 10

5. Un giocatore professionista di dadi accetta di scommettere sull'uscita, con 4 lanci di 1 solo dado, di un 6. Lo stesso giocatore non accetterà mai di scommettere sull'uscita di un doppio 6 con 24 lanci di 2 dadi. Perché?
6. Permutando in tutti i modi possibili le cifre del numero 1234567 si ottengono $7!$ numeri interi di 7 cifre. Qual è la somma di questi $7!$ numeri?



Altri quesiti

7. In un'urna vi sono 35 palline. Compiamo delle estrazioni successive seguendo rigorosamente questa procedura:
 - alla prima estrazione si prende una pallina;
 - a ogni successiva estrazione (ultima inclusa) va presa una pallina in più o una in meno rispetto all'estrazione precedente.Qual è il numero minimo di estrazioni sufficiente perché l'urna resti vuota? Motivate la risposta.

8. Indicate come può essere individuato un insieme di 200 numeri interi compresi fra 1 e 300, estremi inclusi, in modo che sia rispettata la seguente clausola: se nell'insieme è presente un numero, allora non è presente il suo doppio.

9. Considerate una successione di numeri interi positivi, tale che ogni numero dal terzo in poi sia la somma di tutti quelli che lo precedono, il primo numero sia 1 e l'ultimo sia 1000. Nella più lunga successione che si può costruire con questa legge, quanto vale il secondo numero?

10. Presi 5 interi qualsiasi, è sempre possibile trovarne 3 la cui somma è un multiplo di 3?

11. Quanti sono i triangoli non degeneri di perimetro 20 cm, le misure dei cui lati sono date da un numero intero di centimetri?

12. Quanti triangoli non degeneri con lati tutti diversi si possono costruire con 10 segmenti lunghi rispettivamente 1, 2, ..., 10 centimetri?