



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO  
DIPARTIMENTO DI MATEMATICA "F. ENRIQUES"

Progetto Lauree Scientifiche

Unità operativa di Milano Città Studi

## **Laboratorio di Giochi Matematici**

(responsabile Prof. Stefania De Stefano)

Incontri presso il Liceo - Ginnasio "Parini" di Milano  
Anno scolastico 2006/07

2. Schede di lavoro per gli studenti



## Giochi di "scacchiera" (Incontro N° 1)

*N.B. Ogni volta che trovate un quesito a risposta chiusa, esiste una ed una sola risposta corretta!*

### Il gioco dei grattacieli

In una città ultramoderna ci sono solo grattacieli da 10, 20, 30 o 40 piani. Rappresentate la pianta di un isolato di tale città con una griglia quadrata.

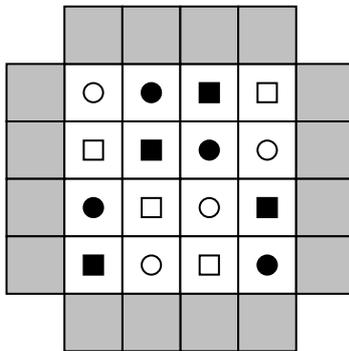
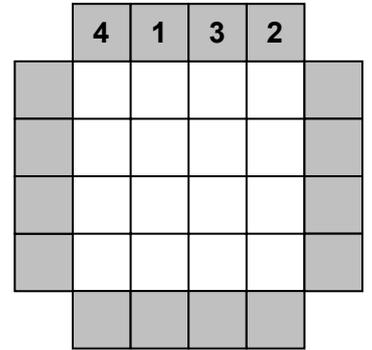
**Regole del gioco.**

Se guardando l'isolato dal lato corrispondente al lato alto della griglia vedete in sequenza da sinistra a destra:

4 grattacieli, 1 grattacielo, 3 grattacieli, 2 grattacieli

trascrivete la cosa sulla griglia come qui a lato.

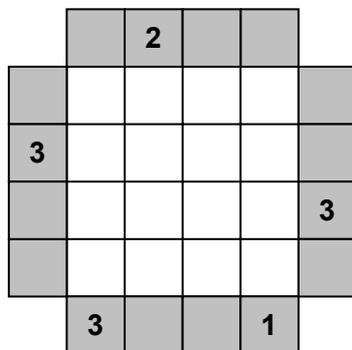
Analogamente quando guardate dagli altri lati.



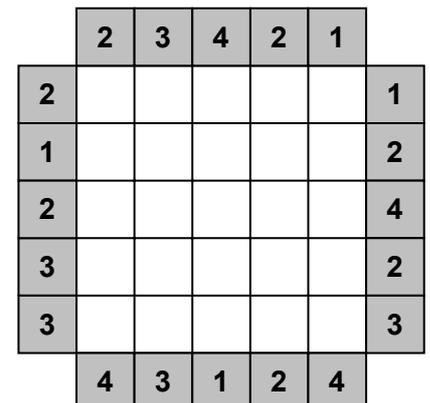
1) Mettete sui quadrati grigi le "etichette" corrispondenti al numero di grattacieli che si vedono nella griglia a sinistra, sapendo che:

- il cerchietto bianco rappresenta grattacieli da 10 piani
- il quadratino bianco rappresenta grattacieli da 20 piani
- il cerchietto nero rappresenta grattacieli da 30 piani
- il quadratino nero rappresenta grattacieli da 40 piani

2) Sapendo che su ogni riga e su ogni colonna c'è uno ed un solo grattacielo di ogni altezza, siete in grado di ricostruire dove stanno i grattacieli rispettivamente da 10, 20, 30, 40 piani a partire dall'etichettatura data alla griglia indicata qui a destra?



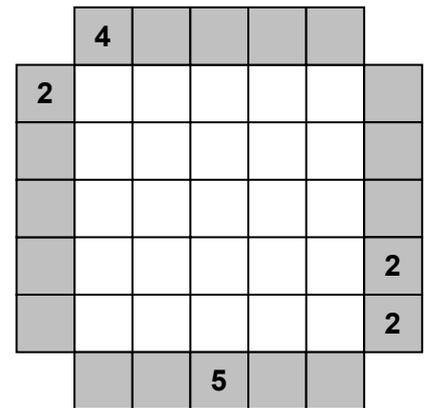
3) E a partire dall'etichettatura data alla griglia indicata qui a sinistra?



4) Ora, supponendo che su ogni riga e ogni colonna ci sia anche un grattacielo da 50 piani, siete in grado di dire dove stanno i grattacieli da 10, 20, 30, 40, 50 piani a partire dall'etichettatura data alla griglia indicata qui a destra?



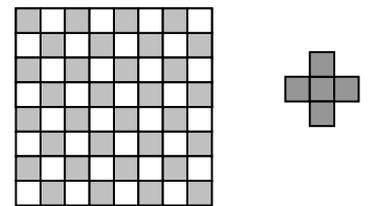
5) E a partire dall'etichettatura data alla griglia indicata qui a sinistra?



### Altri giochi di scacchiera

6) (**Croci greche**) Sistemiamo in una scacchiera quadrata  $8 \times 8$  delle tessere a forma di croce simmetrica come quella in figura, formate dall'accostamento di 5 quadrati di dimensione identica alle celle della scacchiera, in modo che:

- ciascuna di esse vada a coprire esattamente (sovrapponendosi) 5 delle 64 caselle della scacchiera;
- le tessere non si sovrappongano, ma possano toccarsi e toccare il bordo della scacchiera.



Quante tessere può ospitare al massimo la scacchiera?

B			
R	B		
	G		
	V		

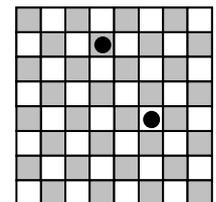
7) (**Colorazioni**) Avete 16 carte: 4 blu (**B**), 4 rosse (**R**), 4 gialle (**G**) e 4 verdi (**V**). Volete collocarle nella griglia quadrata riportata nella figura, una per cella, in modo che ogni riga e ogni colonna della griglia contenga una carta per ogni colore. Avete già iniziato l'opera come indicato; in quanti diversi modi potete completarla?

- A) 1      B) 2      C) 4      D) 16      E) 128

### E se ci avanza tempo ...

8) In quanti modi si può scegliere, su una scacchiera tradizionale  $8 \times 8$ , una coppia di caselle, una bianca ed una nera, in modo che tali caselle non giacciono né sulla stessa riga né sulla stessa colonna?

- A) 56      B) 5040      C) 720      D) 672      E) 768



9) Considerate una scacchiera  $7 \times 7$  e chiamate *croce greca* ogni configurazione di 5 sue caselle disposte a croce in modo che ogni casella abbia in comune almeno un lato con un'altra casella della croce (quindi ogni croce ha 4 bracci uguali ciascuno costituito da una casella). Si possono disporre 49 numeri interi, non necessariamente tutti uguali fra loro, sulle 49 caselle, uno per casella, in modo che la somma totale di questi interi sia negativa, ma la somma dei numeri corrispondenti alle caselle ricoperte da una qualsiasi croce greca sia positiva?

10) Considerate una scacchiera  $7 \times 7$  a cui sono state tolte le 4 caselle d'angolo; chiamate croce greca la configurazione di 5 sue caselle descritta sopra. Dimostrate che è possibile disporre 45 numeri interi (non necessariamente tutti diversi fra loro) sulle 45 caselle rimaste, uno per casella, in modo che la somma totale di questi interi sia negativa, ma la somma dei numeri corrispondenti alle caselle ricoperte da una qualsiasi croce greca sia positiva. (Suggerimento: individuate un insieme convenientemente ridotto  $S$  di caselle con la proprietà che ogni croce greca copra almeno una casella appartenente ad  $S$ ).



## Giochiamo con le scelte (Incontro N° 2)

0. (**Compleanni**) Ognuno di voi pensi a 2 persone non presenti in quest'aula (ad esempio i genitori) e scriva su un foglietto la loro data di nascita e la propria. Scommettiamo che tra tutte le persone elencate sui vostri foglietti almeno due compiono gli anni nello stesso giorno? Posso essere quasi certo di vincere/perdere la scommessa?

1. (**Elenchi**) Desidero un gelato ai seguenti 4 gusti: panna, tartufo, caffè e malaga: in quanti modi diversi posso elencare i quattro gusti al gelataio?

2. (**Caramelle**) Una scatola di latta contiene 100 caramelle. Di queste, 28 sono alla fragola, 20 alla menta, 12 al limone, 20 all'arancia, 10 al miele e 10 alla liquirizia. Se estraete le caramelle al buio, qual è il minimo numero di caramelle che vi basta estrarre per essere sicuri di averne almeno 15 allo stesso gusto?

3. (**Giochi di ruolo**) Andrea e Luca per partecipare ad un gioco di ruolo devono inventarsi le date dei loro compleanni: in quanti modi possono farlo? e se si aggiunge anche Mario? e se i giocatori sono 4,5, ...?

3 bis. (**Totocalcio**) Voglio essere certo di fare "14" al totocalcio: qual è il minimo numero di colonne che mi basta giocare?  
Se gioco tutte queste colonne, oltre al "14" realizzo anche dei "13"? Quanti?

4. (**Gelati 1**) Una gelateria vende gelati di nove gusti differenti. Un gruppo di ragazzi entra in negozio e ognuno compra un cono gelato da due gusti: nessuno di essi sceglie la stessa combinazione di gusti e nessuna combinazione di gusti viene scartata. Quanti sono i ragazzi?

4 bis. (**Gelati 2**) Come cambia la risposta, se supponete che ciascun ragazzo compri un cono a 3 gusti (oppure a 7 gusti) e, come prima, che nessuno di essi scelga la stessa combinazione di gusti e nessuna combinazione di gusti venga scartata?



## Totocalcio

Riportiamo solo le regole di gioco utili a comprendere il gioco base (Fonte: Lottomatica)

### Come si gioca

Il concorso Totocalcio consiste nel pronosticare il risultato delle **14 partite** nella schedina oggetto del concorso mediante i segni 1, X e 2:

- a) indicare il segno 1 per pronosticare la vittoria della squadra che gioca in casa;
- b) indicare il segno X per pronosticare il pareggio tra le 2 squadre;
- c) indicare il segno 2 per pronosticare la vittoria della squadra che gioca fuori casa;
- .....

Ogni incontro pronosticato esattamente da diritto ad 1 punto.

### Le 5 regole per una schedina corretta:

- 1 - per ogni colonna segnare almeno 14 simboli;
- ....

### Come si vince

#### Premi a punteggio

Ad ogni partita correttamente pronosticata viene attribuito un punto. Le categorie di vincita sono tre: 14, 13 e 12 (1<sup>a</sup>, 2<sup>a</sup> e 3<sup>a</sup> categoria), corrispondenti al numero di pronostici corretti contenuti in una colonna.

	Partita	1° pronostico	2° pronostico	3° pronostico
1	A - B			
2	C - D			
3	E - F			
4	G - H			
5	I - J			
6	K - L			
7	M - N			
8	O - P			
9	Q - R			
10	S - T			
11	U - V			
12	W - X			
13	Y - Z			
14	Al - Bo			



## Giochi di complemento

1. **(Calcio)** Ad un torneo di calcio all'italiana a doppio turno hanno partecipato tre squadre A, B, C (giocando quindi ognuna due partite con ciascuna delle rimanenti). Quella a fianco è una tabella, compilata solo parzialmente, dei risultati che si sono verificati. Completate la tabella nell'unico modo possibile, indicando il procedimento seguito.

squadra	vittorie	pareggi	sconfitte
A	0		
B	1		1
C		3	

2. **(Esagono)** Considerate un esagono regolare  $P$ .
- Quanti sono complessivamente i suoi lati e le sue diagonali?
  - Considerate tutti i triangoli i cui vertici sono vertici di  $P$  (e i cui lati sono lati o diagonali di  $P$ ): quanti sono?
  - Se avete a disposizione due colori (rosso e blu) per colorare i lati e le diagonali di  $P$  (i vertici possono essere soggetti a doppia colorazione), in quanti modi diversi potete colorare i lati e le diagonali di  $P$ ? (pensate l'esagono fisso).
3. **(Pallacanestro)** Dieci ragazzi vogliono giocare a pallacanestro. In quanti modi diversi è possibile formare le due squadre (5 ragazzi ciascuna), tenendo conto che Matteo vuole giocare con Stefano e che Beppe non vuole giocare con Andrea? (Tutti i ragazzi hanno nomi diversi fra loro.)
4. **(Estrazioni)** In un'urna vi sono 17 palline numerate da 1 a 17. Avete la possibilità di effettuare un'unica estrazione di un numero di palline a vostra scelta. Volendo essere certi che, fra le palline che estraete, ve ne siano almeno due la somma dei cui numeri sia 18, quante ne dovete estrarre?
5. **(Cartoncini)** Maria ha 6 cartoncini di colore diverso, su ciascuno dei quali è segnato un numero naturale. Sceglie tre cartoncini e calcola la somma dei numeri corrispondenti. Dopo aver fatto questa operazione in tutti i 20 modi possibili, scopre che in 10 casi ha ottenuto 16, e negli altri ha ottenuto 18. Quanto vale il più piccolo dei numeri segnati sui cartoncini?



## Giochi Logici (Incontro N° 3)

*N.B. Ogni volta che trovate un quesito a risposta chiusa, esiste una ed una sola risposta corretta!*

1. (**Età**) Marco, che sta aggiornando sulla sua vita un amico che non vede da anni, gli dice: "Ho avuto tre figlie, nate tutte in maggio; il prodotto delle loro età è 36 e la somma delle loro età è il numero che vedi su quella casa gialla lì all'angolo. Indovina: quanti anni ha ciascuna?". L'amico riflette un attimo e dice: "Veramente mi manca un dato". E l'altro subito aggiunge: "È vero, dimenticavo di dire che la più grande ha gli occhi azzurri". A quel punto l'amico dice le tre età esatte. Quanti anni hanno le tre figlie di Marco?
2. (**Biscotti**) Sei bambini hanno mangiato insieme complessivamente 20 biscotti. Andrea ne ha mangiato uno, Beatrice due e Clelia tre. Daniela ha mangiato più biscotti di ognuno degli altri bambini. Qual è il più piccolo numero di biscotti che può aver mangiato Daniela?
3. (**Vicini**) Bruno, Claudio, Luca, Marco e Paolo siedono in cerchio e, per ognuno di loro, la distanza dal vicino di sinistra è diversa da quella dal vicino di destra. L'insegnante chiede a ciascuno di dire il nome del ragazzo che gli siede più vicino. Bruno e Claudio vengono nominati due volte ciascuno, Luca una volta sola. Allora:  
A) certamente Bruno e Claudio non sono vicini  
B) certamente Marco e Paolo non sono vicini  
C) Marco e Paolo sono vicini  
D) la situazione descritta è impossibile
4. (**Due porte**) Due porte adiacenti, di cui una conduce alla vita e l'altra alla morte, sono costantemente vigilate da un solo guardiano; ma, dei due guardiani che si alternano casualmente in questo lavoro, uno dice sempre la verità e uno mente sempre. Quale domanda posso porre al guardiano che incontro per individuare con certezza la porta della vita?
5. (**Alternanze**) Paolo è un tipo strano: in ogni singolo giorno o mente sempre o dice sempre la verità, alternando il suo comportamento al variare dei giorni. Oggi egli ha fatto 4 delle seguenti 5 affermazioni. Quale non può avere fatto?  
A) Il numero dei miei amici (maschi e femmine) è un numero primo.  
B) I miei amici sono tanti quante le mie amiche.  
C) Io mi chiamo Paolo.  
D) Io dico la verità in tutti i giorni della mia vita.  
E) Tra i miei amici e le mie amiche, tre sono più vecchi di me.
6. (**Logici**) Un logico intende mettere alla prova tre suoi illustri colleghi con un gioco di intelligenza. Conduce i tre in una stanza priva di finestre e superficie riflettenti e, dopo averli fatti sedere in modo che ognuno veda gli altri due, spiega: "Dopo aver spento la luce metterò in testa a ciascuno di voi uno di questi cappelli, dei quali come vedete tre sono neri e due bianchi. Appena riaccenderò la luce, dovrete dirmi il colore del cappello che indossate (senza poter vedere quelli avanzati) deducendolo con un ragionamento logico". Torna la luce e i tre hanno un lungo momento di esitazione; poi esclamano all'unisono: "io ho in testa un cappello nero". Come sono arrivati a questa deduzione?



### Esercizi di complemento

7. **(Animali)** Fabio, Giulia, Mauro e Nadia possiedono ciascuno un solo animale. I loro animali sono un cane, un canarino, un gatto e un pesce rosso. L'animale di Mauro ha il pelo; quello di Fabio ha 4 zampe; Nadia ha un uccellino e sia Giulia sia Mauro non possiedono gatti. Quale delle seguenti affermazioni è falsa?  
A) Fabio ha un cane                      B) Nadia ha un canarino                      C) Giulia ha un pesce  
D) Fabio ha un gatto                      E) Mauro ha un cane
8. **(Libri)** Tutti i 50 libri in uno scaffale di una libreria sono di matematica o di fisica. Sappiamo che non ci sono due libri di fisica uno accanto all'altro e che ogni libro di matematica ha un altro libro di matematica accanto. Quale fra queste conclusioni può essere falsa?  
A) Ci sono tre libri di matematica consecutivi, cioè non intervallati da libri di fisica.  
B) Il numero dei libri di matematica è almeno 32.  
C) Il numero dei libri di fisica è al massimo 17.  
D) Se il numero dei libri di fisica è 17 allora uno di loro sta al primo o all'ultimo posto dello scaffale.  
E) Presi 9 libri situati in modo consecutivo, almeno 6 fra questi sono di matematica.
9. **(Cognomi)** Ci sono 4 persone i cui cognomi sono Bianchi, Neri, Rossi e Verdi.  
Bianchi dice: "Rossi, Neri e Verdi sono ragazze."  
Rossi dice: "Bianchi, Neri e Verdi sono ragazzi."  
Neri dice: "Bianchi e Rossi mentono."  
Verdi dice: "Bianchi, Rossi e Neri dicono la verità."  
Quanti hanno detto la verità?  
A) 0                      B) 1                      C) 2                      D) 3                      E) Non si può determinare.
10. **(Canguri)** Nel recinto c'era più di un canguro. Un canguro disse: "Siamo in 6" e saltò fuori dal recinto. Allo scadere di ogni minuto successivo, un canguro saltò fuori dal recinto dicendo: "Tutti quelli che sono saltati fuori prima di me hanno mentito", finché non ci furono più canguri nel recinto. Quanti canguri hanno detto la verità?
11. **(Regalo)** La mamma vuol sapere chi dei suoi 4 figli ha nascosto il regalo per il compleanno del papà. Essi fanno le seguenti affermazioni:  
Paolo: "non sono stato io"  
Bruno: "non sono stato io"  
Claudio: "è stato Dino"  
Dino: "è stato Bruno".  
Se tutti tranne uno hanno detto la verità, chi ha mentito?  
A) Paolo    B) Bruno    C) Claudio    D) Dino    E) non si può stabilire con certezza.



## Giochi Classici (Incontro N° 4)

*N.B. Ogni volta che trovate un quesito a risposta chiusa, esiste una ed una sola risposta corretta!*

1. (**Cammelli**) Nel testamento di un cammelliere è previsto che i suoi cammelli vadano ai suoi 3 figli solo se essi riusciranno a ripartirsi in modo che al primo ne tocchino la metà esatta, al secondo un terzo esatto e all'ultimo  $1/9$  esatto. Come possono fare se alla morte del padre i cammelli sono 17 (e i cammelli sono preziosi solo se vivi)?
2. (**Botti**) Tre soci costretti a chiudere il loro negozio vogliono dividersi equamente le 21 botti di vino restate in cantina, di cui 7 vuote, 7 piene e 7 piene per metà. Come fare senza versare neppure una goccia di vino, perché a ciascuno tocchi la stessa quantità di botti e di vino?
3. (**Formaggette**) Due pastori hanno portato con sé rispettivamente 5 e 3 formaggette di ugual valore: li incontra un contadino che chiede di mangiare con loro. I tre si ripartiscono ugualmente le formaggette e il contadino lascia in pagamento 24 uova. I due pastori vogliono spartirsi il contributo equamente: quante uova toccano a ciascuno dei due?
4. (**Leggenda degli scacchi**) Si narra che il gioco degli scacchi sia stato inventato in India da un bramino per il suo re e che questo ne fosse così entusiasta da promettergli qualunque ricompensa avesse desiderato. Il furbo bramino chiese solo "alcuni" semi di grano:  
1 per la prima casella della scacchiera  
2 per la seconda  
4 per la terza  
e così via raddoppiando fino alla 64-esima casella. Quanti semi avrebbe dovuto dargli il re?
5. (**Salti**) Un canguro fenomenale si sposta saltando in linea retta da Trieste a Mosca (le due città distano circa 2500 Km) e ogni salto è lungo il doppio del salto precedente. Se il primo salto è lungo 1 metro, dopo quanti salti il canguro sarà il più vicino possibile a Mosca?
6. (**Monete**) Supponete, per comodità, che una moneta da 2 euro pesi 10 grammi. Avete davanti a voi 10 sacchetti di monete da due euro: ciascuno contiene dieci monete e proviene da un paese di Eurolandia diverso da quello da cui provengono tutti gli altri. Vi hanno detto che uno dei sacchetti – ma non sapete quale – contiene in realtà 10 monete false, ciascuna delle quali pesa 9,9 grammi invece di 10. Come potete riconoscere il sacchetto di monete false, se avete a disposizione una bilancia elettronica con sensibilità fino ai decigrammi, **ma potete fare una sola pesata** (anche nel senso che non potete aggiungere o togliere sacchetti o monete dal piatto)?



### Giochi di complemento

7. (**Scala mobile**) Il Signor Rossi impiega 90 secondi per portarsi al terzo piano di un grande magazzino salendo a piedi i gradini di una scala mobile quando questa non è in funzione; ne impiega invece 60 quando la scala è in funzione, ma si lascia trasportare senza muoversi. Quanti secondi impiega se la scala è in funzione e contemporaneamente egli ne sale i gradini?  
A. 36                      B. 75                      C. 45                      D. 30                      E. 50
8. (**Canone**) Tre cantanti devono cantare un canone formato da tre righe della stessa lunghezza e ognuno finisce quando ha cantato il pezzo 4 volte. Il secondo cantante inizia quando il primo cantante inizia la seconda riga e il terzo inizia quando il primo inizia la terza riga. Quale frazione del tempo totale del canto rappresenta il tempo in cui i tre cantanti cantano simultaneamente?
9. (**Vacanze**) Siamo stati in vacanza a Londra per alcuni giorni. Durante la vacanza, è piovuto in 15 giorni diversi, ma:
- mattine piovose sono sempre state seguite da pomeriggi asciutti;
  - pomeriggi piovosi sono sempre stati preceduti da mattine asciutte;
  - le mattine asciutte sono state in tutto 12 e i pomeriggi asciutti sono stati in tutto 13.
- Quanti giorni è durata la vacanza?